FACULDADE VALE DO CRICARÉ
MESTRADO PROFISSIONAL EM GESTÃO SOCIAL, EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO REGIONAL

BRUNO FERREIRA COSTA

Obstáculos no processo de aprendizagem de logaritmo

SÃO MATEUS
2017

BRUNO FERREIRA COSTA

Obstáculos no processo de aprendizagem de logaritmo

Dissertação submetida à coordenação do curso de pós-graduação em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional da Faculdade Vale do Cricaré, como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional.

Orientador: Prof. Dr. Joccitiel Dias da Silva

SÃO MATEUS

2017

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação na publicação

Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional

Faculdade Vale do Cricaré – São Mateus - ES

C837o

Costa, Bruno Ferreira.

Obstáculos no processo de aprendizagem de logaritmo / Bruno Ferreira Costa – São Mateus - ES, 2017.

72 f.: il.

Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional) – Faculdade Vale do Cricaré, São Mateus - ES, 2017.

Orientação: Prof. Dr. Joccitiel Dias da Silva.

1. Obstáculos epistemológicos. 2. Logaritmos - Dificuldades. 3. Conhecimento. 4. Ensino-aprendizagem. I. Silva, Joccitiel Dias da. II. Faculdade Vale do Cricaré. III. Título.

CDD: 372.7

BRUNO FERREIRA COSTA

Obstáculos no processo de aprendizagem de logaritmo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional da Faculdade Vale do Cricaré (FVC), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional, na área de concentração Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional.

Aprovado em 30 de setembro de 2017.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Joccitiel Dias da Silva
Faculdade Vale do Cricaré (FVC)
Orientador

Prof. Dr. Marcus Antonius da Costa Nunes
Faculdade Vale do Cricaré (FVC)

Andressa Cesana

Profa. Dra. Andressa Cesana
Universidade Federal do Espírito Santo (UFES)

A Deus e a minha família, meu porto seguro.

AGRADECIMENTOS

A Deus, criador de todas as coisas e mantenedor da vida. A Ele toda honra e glória!

A minha família, amantes e apoiadores incondicionais.

Aos meus amigos, que sempre me apoiaram com as palavras certas.

Ao Ilustre Professor Doutor Joccitiel Dias da Silva, atencioso em todo tempo.

“Aquilo que cremos saber ofusca o que deveríamos saber”.

Bachelard.

RESUMO

COSTA, B. F. **Obstáculos no processo de aprendizagem de logaritmo**. 2017. 72f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade Vale do Cricaré. São Mateus, 2017.

O presente trabalho debruçou-se na busca de conhecer melhor as inúmeras dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio ao conhecerem o conteúdo dos logaritmos, objetivou estudar os obstáculos encontrados no processo de ensino, baseando-se na concepção dos obstáculos epistemológicos de Gaston Bachelard, na tentativa de identificar dificuldades/entraves que podem impedir a evolução do conhecimento dos alunos. A pesquisa trata-se de um estudo de caso que foi realizado na Instituição de Ensino Centro Educacional de Aracruz – CEA, localizada na Rua Professor Berilo Basílio dos Santos, número 180 no Centro do município de Aracruz – ES, uma escola da rede privada com 23 anos de atuação. A fim de identificar os obstáculos epistemológicos estudados por Bachelard, foi aplicado dois questionários, em períodos distintos, para os alunos da 1ª série do Ensino Médio. Por meio dela, tornou-se possível identificar as dificuldades dos alunos e ainda entender que nem sempre o “fracasso” do discente está relacionado a falta de conhecimento, mas sim aos obstáculos epistemológicos que antes nos eram desconhecidos. Através da pesquisa, ficou claro que é importante, especialmente para os docentes, levarem em consideração o erro, não como um aspecto negativo, mas sim como a ponte entre o conhecimento comum e o conhecimento cientifico. Com a pesquisa, desejamos contribuir com a formação dos docentes levando-os a reflexão quanto a importância de inovar, no dia a dia, a prática pedagógica, de modo a aprimorarem-se na formação dos nossos discentes.

Palavras-chave: Obstáculos epistemológicos, Logaritmos, Conhecimento, Dificuldades/entraves, Ensino e aprendizagem.

ABSTRACT

COSTA, B. F. **Obstacles in the learning process of logarithm**. 2017. 72f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade Vale do Cricaré. São Mateus, 2017.

This present work focused on the search for a better understanding of the innumerable difficulties presented by the high school students when they knew the content of the logarithms. The objective was to study the obstacles encountered in the teaching process, based on the conception of the epistemological obstacles of Gaston Bachelard, in attempt to identify difficulties/obstacles that may impede the evolution of students' knowledge. The research is a case study that was carried out at the Educational Institution of Aracruz - CEA, located at Rua Professor Berilo Basílio dos Santos, number 180 in the Center of the municipality of Aracruz - ES, a private network school with 23 years of operation. In order to identify the epistemological obstacles studied by Bachelard, two questionnaires were applied, in different periods, for the students of the 1st grade of High School. With the research it became possible to identify the difficulties of the students and still understand that not always the "failure" of the student is related to lack of knowledge, but to the epistemological obstacles that were previously unknown to us. Through the research it was clear that it is relevant for teachers to consider error, not as a negative aspect, but as a bridge between common knowledge and scientific knowledge. With the research we wish to contribute to the training of teachers, leading them to reflect on the importance of innovating in their daily practice their pedagogical practice to become unbeatable in the training of our students.
.

Keywords: Epistemological obstacles, Logarithms, Knowledge, Difficulties / interludes, Teaching / learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

CEA	Centro Educacional de Aracruz
P.A	Progressão Aritmética
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
P.G	Progressão Geométrica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Entre o início de 2007 a meados de 2008, quando ainda cursava a graduação em Engenharia Química, tive a oportunidade de dar os primeiros passos do meu percurso como professor de matemática na rede estadual de ensino, na escola “Caboclo Bernardo”, no município de Aracruz/ES. No decorrer desse caminho, e desde o início de minhas atividades como docente, me questionava sobre algumas dificuldades no aprendizado dos alunos. Ao iniciar o conteúdo de logaritmos na 1ª série do Ensino Médio, deparei-me com uma dificuldade em especial por parte dos alunos que motivou o seguinte questionamento:

Por que, aparentemente, os alunos absorviam bem o início do conteúdo, que é a definição e a aplicação dos conceitos básicos e das propriedades logarítmicas, e, à medida que iam avançando com o conteúdo, especificamente, nas equações e inequações logarítmicas, a maioria deles demonstrava acentuada dificuldade em acompanhar a explicação e resolver os exercícios?

A motivação para ingressar no mestrado estava, exatamente, em buscar entender a dificuldade dos alunos em aprenderem Logaritmos, em particular a parte final, como descrito no questionamento acima. É essa, portanto, a questão fulcral que norteia esta pesquisa, bem como que me motivou e motiva, enquanto pesquisador, a contribuir para solucionar o problema constatado. Para isso, apoio-me em autores que tratam das dificuldades no aprendizado, em especial Gaston Bachelard e sua teoria sobre os obstáculos epistemológicos.

1.1 JUSTIFICATIVA E CONTEXTUALIZAÇÃO

Durante o segundo semestre de 2008 e o ano de 2009, realizei um estágio no Serviço Autônomo de Água e Esgoto (SAAE)[1] do referido município. Durante este período, ocorreu um interregno na atividade docente, que se encerraria em 2011. Diante de vivências profissionais tão diversas, pude perceber o quão relevantes para nosso desenvolvimento são essas atividades que perpassam a vida de todos nós: a

[1]Enquanto estagiário de engenharia química, realizava análises de monitoramento ambiental, coleta de água nas pontas de redes para verificação da qualidade da água e relatórios de reagentes químicos para polícia federal e exército.

educação e o saneamento ambiental. Após essa experiência, no ano de 2011, no período noturno, retornei à docência, novamente na rede estadual. Foi nessa época que entendi que, para mim, a profissão de educador configurava-se não apenas como solução de meus problemas financeiros ou a busca de um serviço imediato, mas uma forma de realização pessoal e profissional, o que foi se tornando cada vez mais relevante para mim.

Na ocasião, apesar de ter me descoberto vocacionado à educação, desdobrava-me trabalhando como professor à noite e, durante o dia, na função de coordenador de qualidade em uma empresa de consultoria e monitoramento ambiental. Nesse período, deparei-me com desafios que são próprios de ambas as atividades, mas que, infelizmente, não são exclusivos de nosso Munícipio, e percebi, sobretudo, que as demandas do desenvolvimento social, possíveis de serem alcançadas, passam, principalmente, pela educação.

Creio que é através da educação que o indivíduo adquire consciência de si e do meio onde está inserido, e assim percebe as relações de dominação e manipulação a que está submetido. Assim, somente através de um processo educacional crítico que permita ao ser em formação perceber estas relações e que assim consiga correlacionar a desinformação e o desconhecimento, a sua situação de miséria e de falta de saneamento básico, e as suas consequências diretas, a falta de saneamento básico e a incidência de doenças, que a muito já deveriam ter sido erradicadas[2].

A descoberta desse contexto suscitou-me o anseio de intervir no meu entorno, como cidadão participativo, sobretudo por acreditar que a construção de uma sociedade melhor para todos passa, necessariamente, pelo ambiente de ensino, no qual a formação deve ser vista pelos discentes como forma de atender aos seus objetivos egoístas/consumistas, visando não só o acúmulo de bens, mas também a otimização da qualidade de ensino a que nossos jovens têm acesso, objetivando a formação de cidadãos críticos e responsáveis com a comunidade em que vivem. Com essa perspectiva, sentindo falta em minha formação de estudos específicos para adentrar no magistério, decidi realizar entre os anos de 2011 e 2012, uma complementação pedagógica em Matemática. A partir de então, pude

[2]Cabe ressaltar aqui, que isto apenas nos serviu de motivação e questionamento. Não sendo objeto de pesquisa do presente trabalho.

perceber que muitas são as questões que impactam os estudantes no que se refere à construção do conhecimento matemático.

Motivado pela experiência enquanto docente, optei por aprimorar-me na área de Exatas, onde havia desenvolvido o prazer de lecionar. Para isso, cursei uma especialização, agora em Matemática, realizada ainda em 2012, e de uma nova complementação pedagógica, agora na área de Física, concluída em 2013. A soma desses saberes e a cumplicidade desenvolvida entre a Matemática e a Física melhorou, consideravelmente, a minha prática docente, o que me oportunizou trabalhar em escolas da rede privada, nas quais atuo atualmente, e, concomitantemente, na rede pública estadual. Observo, também, que atuando nesses mundos diferentes em se tratando de alunos e dinâmicas da escola pública e da Privada também contribuiu para o fortalecimento de minha vocação.

Buscando dar continuidade a minha formação docente, ingressei no mestrado ofertado na Faculdade do Vale do Cricaré, em São Mateus, e vislumbrei uma oportunidade ímpar de me capacitar, para assim alcançar um antigo sonho: sonho este de atuar no ensino superior e levar para esse âmbito a discussão acerca das dificuldades de aprendizado dos alunos do Ensino Médio, especialmente, em se tratando do estudo dos logaritmos. O presente objeto de estudo, investigado durante o mestrado, originou-se através da constatei de que um número expressivo de alunos apresenta uma dificuldade substancial da matéria em questão. Em minha atividade docente, pude verificar que os educandos apresentavam uma dificuldade relevante que os impedia de avançar no aprendizado de logaritmos quando lhes eram apresentadas as equações e inequações logarítmicas.

Esta pesquisa se justifica ante os desafios inerentes à docência, ante as condições de trabalho com as quais se depara o educador matemático, bem como ante o impacto dessas nuances na aprendizagem do conteúdo em questão, a saber: a função logarítmica. Pretende-se que o resultado deste estudo consubstancie informações que sejam propositivas, de modo a aprimorar a compreensão do conhecimento matemático – especialmente, no que se refere ao logaritmo – fazendo com que docentes e discentes percebam o estudo dessa matéria de forma mais prazerosa, tornando-a mais eficaz e, sobretudo, mais contextualizada.

Para que esse intento pudesse ser alcançado, fez-se necessário um olhar sobre a história dos logaritmos, e um estudo detalhado sobre os obstáculos epistemológicos no ensino da matemática, objetivo primaz do presente trabalho. Para tanto recorremos às obras de BOYER (1996) e EVES (2004), no que tange a história dos logaritmos, e às de D' AMBRÓSIO (1996, 1996), BACHELARD (1988, 1990, 2001, 2005, 2006) e BROUSSEAU (2001) para nortear o estudo quanto a produção do conhecimento e os obstáculos epistemológicos.

1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Para desenvolver esse tema, a presente pesquisa contará com um objetivo geral e quatro objetivos específicos, listados a seguir, que serão trabalhados ao longo da pesquisa.

1.2.1 Objetivo Geral

Contribuir com o ensino de logaritmos no Ensino Médio, identificando junto a uma turma de alunos da 1ª série do Ensino Médio, em qual etapa do ensino surgem as dificuldades no aprendizado do assunto abordado e apontar sugestões de soluções para os docentes que também se deparam com essas dificuldades, baseando-me nas concepções sobre os Obstáculos Epistemológicos de Bachelard.

1.2.2 Objetivos específicos

- ✓ Realizar, nos momentos das aulas, atividades diferenciadas sobre logaritmos.
- ✓ Observar, junto a um grupo de alunos de uma turma da 1ª série do Ensino Médio, as suas dificuldades na aprendizagem de logaritmos.
- ✓ Analisar como as diferentes representações de funções logarítmicas auxiliam o aluno na aprendizagem do conceito de função logarítmica.
- ✓ Verificar como as diferentes formas de abordagens do professor em sala de aula facilita a superação dos obstáculos na aprendizagem dos alunos referente aos logaritmos.
- ✓ Analisar os livros didáticos junto ao PCN, para ver se dialogam.

Para responder a questão da pesquisa, a organização deste trabalho se deu da seguinte forma:

No Capítulo 1, foram apresentados os motivos que ensejaram este trabalho, motivados por uma inquietação pessoal em relação as dificuldades de alunos do Ensino Médio em aprenderem Logaritmos. A justificativa para o desenvolvimento e os objetivos também se encontram neste capítulo.

O Capítulo 2 aborda um fragmento da história dos logaritmos, com a intenção de comparar o seu desenvolvimento e como são apresentados hoje para os alunos.

Em sequência, foram elencados os procedimentos empregados para a realização da pesquisa e para a coleta e a organização dos dados, presentes no Capítulo 3. Recuperou-se o arcabouço teórico sobre os obstáculos epistemológicos e, em particular sobre os obstáculos epistemológicos no ensino da matemática apoiados por Bachelard (1988, 1990, 2001, 2005, 2006) e Brousseau (2001) que são fundamentais neste trabalho, bem como questões que perpassam o estudo de logaritmos no ensino médio.

No Capítulo 4 é onde se encontra a parte principal do trabalho, com os resultados e observações obtidos na pesquisa. O Capítulo 5, por sua vez, traz as considerações finais, onde fazemos uma análise de todo o trabalho.

Temos, ainda, as referências que deram suporte para o desenvolvimento desta pesquisa bem como os anexos pertinentes.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentou-se o arcabouço teórico e apresentou-se os autores que fundamentaram o trabalho, assim como os procedimentos para realização da pesquisa. Foram tratadas questões correlatas à organização dos logaritmos no conteúdo programático de acordo com que preceituam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM), bem como alguns conceitos que versam sobre os obstáculos epistemológicos e sobre obstáculos epistemológicos no ensino da matemática.

Vale ressaltar que a pesquisa é embasada teoricamente nos obstáculos epistemológicos apontados por Bachelard em várias de suas obras, objetivando investigar a forma pela qual a metodologia por ele proposta e a noção de obstáculos epistemológicos podem contribuir para o progresso do conhecimento matemático, especialmente, no que se refere ao logaritmo.

2.1 O SURGIMENTO DOS LOGARITMOS

O surgimento dos logaritmos ocorreu em 1614 com a publicação por John Napier da obra intitulada *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, que continha uma descrição de logaritmos, um conjunto de tabelas e regras para o uso deles. Segundo Boyer (1996, p. 215), esse trabalho contribuiu para simplificar cálculos aritméticos que eram muito complexos para a época, uma vez que os recursos tecnológicos disponíveis eram escassos para se realizar os cálculos correlatos a essa questão. A extensão dos números envolvidos nesse tipo de operação era muito grande, o que dificultava a realização das operações de multiplicação e ou divisão.

Segundo Rossi (2010, p. 20), o período das grandes navegações, compreendido do início do século XV até século XVIII, a atenção estava voltada para as navegações que exigiam uma precisão muito grande nos cálculos da astronomia, para localizar exatamente onde estavam os astros, pois era por meio deles que os comandantes se orientavam.

Nesse contexto, emergiu a figura de John Napier (1550 a 1617), um lorde escocês que tinha interesse em teologia, mas que, nas horas vagas, gostava de se ocupar estudando matemática.

Na verdade, ele não foi o único a desenvolver os logaritmos, segundo Boyer (1996, p. 216):

> Ficou sugerido, até agora, que a invenção dos logaritmos foi obra de um só homem, mas tal impressão não deve permanecer. Napier foi de fato o primeiro a publicar uma obra sobre logaritmos, mas ideias muito semelhantes foram desenvolvidas independentemente na Suíça por Jobst Bürgi mais ou menos ao mesmo tempo. Na verdade, é possível que a ideia de logaritmo tenha ocorrido a Bürgi em 1588, o que seria meia dúzia de anos antes de Napier começar a trabalhar na mesma direção. Porém Bürgi só publicou seus resultados em 1620, meia dúzia de anos depois de Napier publicar seu *Descriptio.* A obra de Bürgi apareceu em Praga num livro intitulado *Arithmetische und geometrische Progress – Tabulen*, e isso indica que as influências que guiaram seu trabalho foram semelhantes às que operaram no caso de Napier. Os dois partiram das propriedades das sequencias aritméticas e geométricas, estimulados, provavelmente, pelo método de prostaférese.

Mas Napier foi o primeiro a publicar sua obra e, com isso, se tornou conhecido por seu pioneirismo nessa área da matemática, pois conseguiu simplificar cálculos enormes de multiplicação, de divisão, de potenciação e de radiciação em soma ou subtração, que, como dito, consistiam em uma grande demanda da época. Ele elaborou um instrumento conhecido como tábua logarítmica, que consistia em uma sequência de uma progressão aritmética (doravante denominada PA) e na de uma progressão geométrica (doravante denominada PG), conforme a tabela 01. Segundo Napier, em Boyer (1996), a palavra logaritmo é a junção de duas palavras gregas:

***logos* = razão e *arithmos* = número**,

ou seja, é a razão entre os números.

De acordo com Boyer (1996, p. 215), Napier ao construir sua primeira tábua de cálculo, procurou conservar os termos de uma PG próximos de uma potência com números inteiros. Em seguida, ele adotou a seguinte expressão: $1 - 10^{-7} = 0{,}999999$. Assim, todo valor que se aproximasse do valor decimal de 0,999999, necessariamente, equivaleria a 1.

Segundo Boyer (1996, p. 215), Henry Briggs (1561 - 1631), professor de matemática do Reino Unido, ao conhecer o trabalho de John Napier ficou tão fascinado com a pesquisa de seu colega escocês que chegou a ir para Escócia, onde se hospedou por um mês na residência de Napier, a fim de apreender o seu conhecimento inovador. Assim, com o consenso de Napier, Briggs pode dar sua contribuição para o aperfeiçoamento do logaritmo. Durante sua estada, Briggs debateu com Napier sobre as possibilidades de aprimoramento da aplicação dos logaritmos.

De acordo com Eves (2004, p. 235), ambos chegaram um consenso de que "as tábuas de logaritmos seriam mais úteis se fossem alteradas de modo que o logaritmo de 1 fosse 0 e o logaritmo de 10 fosse igual a um, nascendo, assim, os logaritmos briggsianos ou comuns, os logaritmos dos dias de hoje". Nessa perspectiva, a fim de se evitar frações, Briggs propôs que $\log_{10} 1 = 0$ e $\log_{10} 10 = 1$, propriedade que utilizamos até os dias atuais.

Ainda em se tratando das contribuições expressivas no desenvolvimento do uso do logaritmo, é importante destacar o nome do suíço Jobst Bürgi (1552 - 1632), que, concomitantemente a Napier, também desenvolveu a ideia de logaritmo. No entanto, os trabalhos de Bürgi abordaram uma perspectiva diferente: enquanto Napier escolheu um número menor que um ($1 – 10^{-7}$), o matemático suíço se valeu de um número um pouco maior que um, ou seja, 1,0001 = ($1 + 10^{-4}$). (Boyer 1996, p. 216).

Com o intuito de aprimorar ainda mais o seu trabalho, Soares (2011, p. 60) afirma que John Napier passou a ler os estudos de Stifel (1487 - 1567), um grande matemático da época, cuja obra baseava-se em relacionar duas progressões matemáticas: PA e PG. Foi a partir dessa pesquisa que Napier criou sua tábua numérica, que consistia em transformar multiplicações em adição e divisões em subtrações.

A tabela presente nas tábuas de Napier se baseava na ordenação emparelhada de duas sequências que podem ser apresentadas tanto na forma de linhas (horizontalmente) quanto na de colunas (verticalmente). Assim sendo, a primeira coluna cresce numa progressão aritmética (PA), enquanto a segunda coluna cresce numa progressão geométrica (PG), conforme ilustra a tabela 01:

Tabela 01 – Simulação da tábua de John Napier.

PA	**PG**
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024

Fonte: Próprio autor

Segundo Dante (2011), Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG) são definidas do seguinte modo:

> *Progressão Aritmética* (PA) é toda sequência de números na qual a diferença entre cada termo (a partir do segundo) e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada *razão* da progressão e é representada pela letra **r** (p. 297).
>
> *Progressão Geométrica* (PG) é toda sequência de números não nulos na qual é constante o quociente é chamado *razão* (**q**) da progressão. Ou seja, uma progressão geométrica é uma sequência na qual a taxa de crescimento relativo de cada termo para o seguinte é sempre a mesma (p. 313).

Por meio da tabela 01, podemos vislumbrar alguns exemplos da inovação desenvolvida por Napier. Valendo-nos dela para encontrarmos o resultado da multiplicação de 4 x 16, basta observarmos, na coluna à esquerda (PA), a soma dos valores correspondentes a 4 e a 16, que se encontram na PG, na coluna à direita.

Tabela 02 – Exemplo de multiplicação e adição empregado na tábua de John Napier

	PA	PG
	0	1
	1	2
	2	**4**
+	3	8
	4	**16**
	5	32
	6	64

Fonte: Próprio autor

Ao analisarmos a tabela 02, podemos observar que a soma 2 + 4 = 6, na coluna da esquerda (PA), terá como correspondente, na coluna à direita (PG) o número 64, tendo como resultado final da multiplicação, em que:

4 x 16 = 64.

Tabela 03 – Exemplo do resultado da multiplicação na tábua de John Napier.

	PA	PG
	0	1
	1	2
	2	**4**
+	3	8
	4	**16**
=	5	32
	6	**64**

Fonte: Próprio autor

Conforme podemos observar na tabela 03, Jonh Napier ao transformar uma multiplicação em adição, tornou-se mais fácil, com o auxílio da tabela, se chegar a um resultado mais prático, que para sua época era essencial, assim contribuindo para o avanço da ciência. Semelhantemente, usamos a tabela para dividirmos o número 256 por 32, como exposto abaixo.

Tabela 04 – Exemplo do resultado da divisão na tábua de John Napier.

	PA	PG
	0	1
	1	2
	2	4
	3	**8**
=	4	16
	5	**32**
	6	64
-	7	128
	8	**256**

Fonte: Próprio autor

Assim, basta utilizarmos os valores correspondentes da coluna à esquerda, a PA, que são 8 e 5, e subtraí-los. Conforme a tabela 04:

O valor gerado dessa operação terá como seu equivalente, na coluna à direita, o resultado da divisão em questão, em que:

256:32 = 8.

Desde sua invenção, os logaritmos têm sido cotidianamente empregados em diferentes ramos das atividades humanas, seja para indicar proporções de determinada quantia física, em fórmulas científicas, em figuras geométricas e em diversas outras áreas do conhecimento. É inquestionável a importância dos logaritmos para o desenvolvimento do pensamento matemático, mas ante o avanço da tecnologia, associado a necessidade de se fazer com que os instrumentos se tornassem cada vez mais portáteis, as tábuas logarítmicas se tornaram obsoletas no século XX, sendo substituídas pelas calculadoras e computadores. No entanto, o legado de Napier – o conceito de logaritmos – continua com fundamental aplicabilidade na matemática, na física, na química, na geografia e em diversos outros campos da ciência. Dessa forma EVES (1995, p. 347), afirma que:

> A função logaritmo nunca morrerá, pela simples razão de que as variações exponencial e logarítmica são partes vitais da natureza e da análise. Consequentemente, um estudo das propriedades da função logaritmo e de sua inversa, a função exponencial, permanecerá sempre uma parte importante do ensino da matemática.

De acordo com Paiva (2015, p. 248), chama-se **função logarítmica** toda função $f: \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_a x$, em que $a \in \mathbb{R}_+^*$ e $a \neq 1$.

É importante lembrarmos que a função logarítmica é a função inversa da exponencial, em que decorre a sua relevância, pois muitas vezes a possibilidade que temos para alcançarmos a resolução de algum problema aritmético é, justamente, aplicarmos a propriedade dos logaritmos para eliminarmos a exponencial.

Segundo Paiva, (2013) a definição de função inversa e função exponencial é:

> Função Inversa é a função $f: A \rightarrow B$ uma correspondência biunívoca (é um conjunto não vazio e se associa cada elemento de A a um único elemento de B e cada elemento de B em A) entre os conjuntos A e B, a inversa da função $f^{-1}: B \rightarrow A$ tal que: Se f(x) = y, então $f^{-1}(y) = x$, para quaisquer x e y, com $x \in A$ e $y \in B$. (p. 144).
>
> Função Exponencial é toda função: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, tal que $f(x) = a^x$, com $a \in \mathbb{R}_+^*$ e a ≠ 1. (p. 206).

2.2 LOGARITMOS NO ENSINO MÉDIO

O Ensino Médio é considerado pela LDB/96, em conjunto com a Resolução CNE/98, a última etapa que o aluno passa para adquirir a Educação Básica. Nesse período, espera-se que o indivíduo aprenda a organizar seus conhecimentos científicos, exerça seus valores de cidadania com sensibilidade e solidariedade.

Após passar pelo Ensino Fundamental, espera-se que o aluno tenha condições de ingressar no Ensino Médio, com os seguintes pré-requisitos básicos em matemática que descrevem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM, 2002, p.41):

> Raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade.
>
> Por fim, cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Sem dúvida, cabe a todas as áreas do Ensino Médio auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa confiar em seu próprio conhecimento.

Sem dúvidas, o Ensino Médio é essencialmente importante na vida dos alunos, pois deveria prepará-lo não só para o conteúdo de matemática, mas também para a vida cotidiana, ajudando-o a desenvolver maturidade tecnológica e científica para adquirir capacidade de pesquisa e autonomia, gerando o seu próprio conhecimento.

Segundo D' Ambrósio (1999, p. 18), conhecimento é:

> Resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, naturalmente não-dicotômicos entre si. Esses estágios são normalmente de estudo nas chamadas teoria da cognição, epistemologia, história e sociologia, e educação e política. O processo como um todo, extremamente dinâmico e jamais finalizado, está obviamente sujeito a condições muito específicas de estímulo e de subordinação ao contexto natural, cultural e social. Assim é o ciclo de aquisição individual e social do conhecimento.

Os alunos ao ingressarem na 1ª série do ensino médio, passam boa parte estudando funções. Começam por conjunto, perpassam por várias funções até chegarem às funções exponencial e logarítmica, que têm uma grande importância pelo fato por exemplo, de estarem ligadas diretamente aos fenômenos naturais.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM) defendem que:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções. (+ Plus, 2002, p. 121)

As mesmas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM + Plus, 2002, p. 121) definem:

> As funções exponencial e logarítmica, por exemplo, são usadas para descrever a variação de duas grandezas em que o crescimento da variável independente é muito rápido, sendo aplicada em áreas do conhecimento como matemática financeira, crescimento de populações, intensidade sonora, pH de substâncias e outras. A resolução de equações logarítmicas e exponenciais e o estudo das propriedades de características e mantissas podem ter sua ênfase diminuída e, até mesmo, podem ser suprimidas.

As funções Exponencial e Logarítmica, com a evolução da ciência e da tecnologia, estão muito presentes no nosso cotidiano, saindo do âmbito exclusivo da matemática constituindo-se como ferramentas para as outras disciplinas. Aparece na Química quando se expõe o conceito de pH nas substâncias, aparece na Física quando o tema aborda intensidade sonora, na Biologia quando se fala em crescimento de bactérias, na Geografia ao se falar de abalos sísmicos, na matemática ao calcularmos juros compostos, dentre outras disciplinas.

Como podemos observar no PCNEM (+ Plus, 2002, p. 26):

> Um exemplo disso é o uso do logaritmo, operação que dá origem a funções matemáticas, mas que também é linguagem de representação em todas as ciências. Ao se ensinar este conceito, operação ou função, o professor de Matemática, inicialmente, mostra que dez milhões – 10.000.000 – é dez vezes dez, sete vezes seguidas, ou seja, dez à potência 7, ou seja, 10^7. Uma operação inversa é o logaritmo na base 10, ou seja, $\log_{10}$ (10.000.000) = 7, que, conhecido o número dez milhões, determina qual a potência de 10 que resulta nele.
>
> Esse aprendizado, no entanto, perderia contexto se não se explicitasse a importância dos logaritmos, em questões tecnológicas e em outras ciências, para expressar grandezas cujo intervalo de variação é exponencial. Por exemplo, o ouvido humano pode ouvir

> ruídos um trilhão de vezes menores do que o mais intenso a que resiste, no limite da dor. Para conseguir abranger esse imenso intervalo criou-se, a partir da potência sonora, a escala logarítmica de decibéis. Usando essa escala, pode-se situar sons com intensidades variando de 1 a 1 trilhão em um gráfico com só treze divisões, e não um trilhão delas.

Como se pode observar, o conceito de logaritmos está presente nas disciplinas que estão ligadas diretamente com conceitos tecnológicos, logo, está intrinsicamente interligado com os fenômenos naturais, dando destaque na sua importância de utilidade.

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM Plus, 202) diz que o aluno ao chegar na 3ª série do Ensino Médio retoma-se o conceito de função logarítmica de uma forma mais aprofundada e espera-se que esse aluno tenha os seguintes requisitos: uma boa interpretação de gráfico, uma linguagem algébrica bem "sólida" para associar e resolver diferentes problemas envolvendo funções, modelar fenômenos do cotidiano como, de outras áreas do conhecimento e saber conviver em sociedade.

De acordo com D'Ambrósio (1999, p.15), sociedade é:

> Um agregado de indivíduos (todos *diferentes*) vivendo num determinado tempo e espaço, empenhados em ações em comum, e compartilhando mitos, valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento – o que entendemos por cultura. (p.15)

De acordo com os PCNEM (+Plus, 2002), é necessário darmos preferência à qualidade do processo e não o volume de conteúdo a serem trabalhados. Nesse contexto, é aconselhado que o estudo de logaritmo na 1ª série do ensino médio não seja tão extenuante, mas que dê prioridade nas suas aplicações com foco no conhecimento dos fenômenos naturais e tecnológicos.

2.2.1 Exemplos de aplicações

Como já mencionado, logaritmo é um instrumento matemático que auxilia no desenvolvimento tecnológico, ou seja, na ciência de forma geral, sem se restringir somente a matemática, passando por outras áreas buscando ligar a ciência aos fenômenos naturais e cotidianos, como será abordado abaixo:

✓ **A1** - APLICAÇÃO DO LOGARITMO NA MATEMÁTICA.

Em se tratando da aplicação do logaritmo, seu emprego na matemática é muito recorrente na resolução de exercícios que envolvem juros compostos, nos quais nos deparamos com uma exponencial, cuja possibilidade de resolução implica em aplicar a sua função inversa, que é o logaritmo, como se pode observar no exemplo abaixo:

Exemplo 1: (PAIVA, 2015, p. 246) Um empresário infrator recebeu do Ibama uma multa de R$ 3.000,00 com vencimento no último dia do ano. Caso o pagamento não fosse efetivado até 31 de dezembro, o valor seria reajustado à taxa de juro composto de 0,05% ao dia. Sabendo que o empresário pagou R$ 3.019,50 por essa multa, determinar o dia e o mês em que foi efetuado o pagamento.

(Adotar: log 10.065 = 4,0028; log 10.005 = 4,0002).

C = 3.000

M = 3.019,50

i = 0,05% = 0,0005

t = ?

$$M = C\ .\ (1+i)^t \Rightarrow \frac{M}{C} = (1+i)^t \Rightarrow \frac{3.019{,}50}{3.000} = (1{,}0005)^t \Rightarrow 1{,}0065 = (1{,}0005)^t$$

Aplicando o logaritmo da expressão acima, temos:

$$t = \log_{1{,}0005} 1{,}0065 = \frac{\log 1{,}0065}{\log 1{,}0005} = \frac{log\,\frac{10.065}{10.000}}{log\,\frac{10.005}{10.000}} \Rightarrow \frac{\log 10.065 - \log 10^4}{\log 10.005 - \log 10^4}$$

$$\therefore\ t = \frac{4{,}0028-4}{4{,}0002-4} = \frac{0{,}0028}{0{,}0002} = 14$$

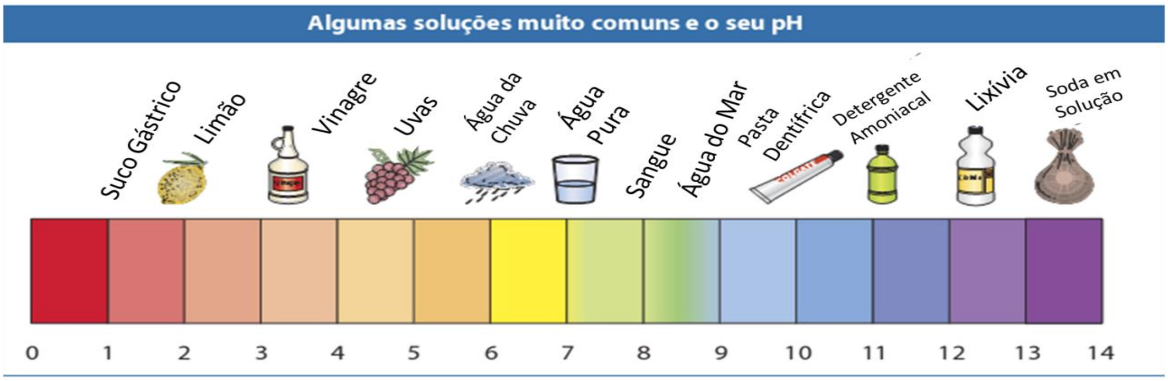
Portanto, a multa foi paga com 14 dias de atraso, no dia 14 de janeiro.

✓ **A2** - APLICAÇÃO DO LOGARITMO NA QUÍMICA.

O logaritmo também pode ser utilizado na química, por exemplo, quando queremos descobrir o pH (potencial hidrogeniônicos) de alguma substância. É importante ressaltar que sua escala varia de 0 a 14 conforme indica a escala 1. Nela, percebe-se que, quanto mais próximo do zero a substância estiver, mais ácida ela será e, quanto mais próxima de 14 ela estiver, mais básica ela será. Assim, o meio da tabela é a parte neutra.

Para se calcular o nível de concentração de ácido-base de uma substância, aplica-se o logaritmo. Assim, o logaritmo na base 10 em contato com a potência de dez, obtém-se o próprio expoente, por exemplo temos, $\log_{10} 10 = 1$. Portanto, valendo-se do logaritmo, é possível identificar a basicidade ou a acidez da substância em questão, como se pode observar na questão abaixo.

Figura 1 - Escala 1 – Ácido - Base



Fonte: http://dealunoparaaluno.comunidades.net/exercicios-resolvidos-e-para-resolver

Acesso em 05/03/2016

Exemplo 2: Qual o pH de uma solução cuja concentração hidrogeniônica $[H^+]$ é 10^{-8}?

$$[H^+] = 10^{-8}$$

$$pH = -\log[H^+] \quad \Rightarrow pH = \log\frac{1}{[H^+]} \quad \Rightarrow pH = \log\frac{1}{10^{-8}}$$

$$pH = \log 10^{8} \quad \Rightarrow pH = 8$$

Tendo conhecimento da escala ácido/base podemos concluir que essa substância é básica.

✓ <u>**A3** - APLICAÇÃO DO LOGARITMO NA GEOGRAFIA EM ABALO SISMO/TERREMOTO E IDH</u>.

Charles Francis Richter, que viveu no período de 1900 à 1985, com 35 anos de idade, criou a escala Richter com objetivos de medir os abalos que os terremotos causavam no sul da Califórnia nos Estados Unidos. Sua obra foi tão genial que se espalhou pelo mundo.

De acordo com a definição do Livro ***Matemática Contexto e Aplicações***, Volume 1, Dante (2011, p. 285):

> **Sismo**, ou **terremoto**, é um fenômeno de vibração brusca e passageira da superfície da Terra resultante de movimento subterrâneos de placas rochosas, de atividade vulcânica, ou de deslocamento de gases no interior da Terra, principalmente metano. O movimento é causado pela liberação rápida de grandes quantidades de energia sob a forma de ondas sísmicas.

Hoje, os estudantes de geofísica e geologia analisam o comportamento dos terremotos para poderem estimar quando ocorrerá, qual será o grau de impacto e quais medidas podem ser tomadas para minimizar as devastações ambientais. O equipamento responsável em mensurar os abalos sísmicos e terremotos é o sismógrafo, que consiste em detectar e medir as vibrações e as ondas mecânicas oriundas dos terremotos.

Os terremotos liberam energia que é nomeada de magnitude, sendo que começa na escala de magnitude 1 e vai crescendo de acordo com a energia que vai sendo liberada. Quanto mais energia dissipada maior a destruição.

Observe a tabela a seguir:

Tabela 5 – Energia liberada nos terremotos

Magnitude	Energia liberada em joules	Ocorrência
2,0	$6,3x10^{7}$	Praticamente imperceptível
5,0	$2,0x10^{12}$	Bomba atômica em Hiroshima, Japão 1945
6,7	$7,1x10^{14}$	Estados Unidos (Los Angeles) 1994
6,9	$1,4x10^{15}$	Armênia, 1998
7,0	$2,0x10^{15}$	Magnitude de referência para grandes terremotos
7,2	$4,0x10^{15}$	Japão (Kobe), 1995
7,4	$7,9x10^{15}$	Turquia, 1999
7,8	$1,6x10^{16}$	China (Tangshan), 1976
7,9	$4,4x10^{16}$	Japão (Tóquio e Yokohama), 1923 e China 2008
8,1	$8,7x10^{16}$	México (Cidade do México), 1985
8,3	$1,8x10^{17}$	Estados Unidos (São Francisco) 1906
8,6	$5,0x10^{17}$	Chile, 1960
8,8	-	Chile, 2010

Fonte: http://www.infoescola.com/geografia/escala-richter. Acesso em 20/06/2016.

O exemplo abaixo será demonstrado como se calcula a energia liberada dos terremotos pela seguinte fórmula:

$$I = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

Em que:

I = Intensidade do terremoto

E = Energia liberada em quilowatt-hora

E_0 = Energia liberada inicial em quilowatt-hora = 7.10^{-3} kWh.

Exemplo 3: (DANTE, 2011, p. 274) A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de I = 0 até I = 8,9 para o maior terremoto conhecido. I é dado pela fórmula:

$$I = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{E}{E_0}\right)$$

na qual E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7.10^{-3}$ kWh.

a) Qual é a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?

b) Se há um aumento de uma unidade a intensidade do terremoto, por quanto fica multiplicada a energia liberada?

Resposta:

a) $8 = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{E}{7.10-3}\right) \Rightarrow \log_{10}\left(\frac{E}{7.10-3}\right) = 12 \Rightarrow 10^{12} = \frac{E}{7.10-3} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = 10^{12}.7.10^{-3} \Rightarrow E = 7.10^{9}\,kWh$

b) $9 = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{E'}{7.10-3}\right) \Rightarrow \log_{10}\left(\frac{E}{7.10-3}\right) = \frac{27}{2} \Rightarrow \frac{E'}{7.10-3} = 10^{\frac{27}{2}} \Rightarrow$

$\Rightarrow E' = 7.\,10^{-3}.10^{\frac{27}{2}} \Rightarrow E' = 7.10^{\frac{21}{2}}\,kWh$

$$\frac{E'}{E} = \frac{7.\,10^{\frac{21}{2}}}{7.10^{9}} = 10^{\frac{21}{2}-9} = 10^{\frac{3}{2}} = \sqrt{10^{3}} = 10\sqrt{10}$$

Portanto, a energia liberada fica multiplicada por $10\sqrt{10}$.

Exemplo 4: (PAIVA; FERRITE, 1998, p. 26)

O IDH – Índice de Desenvolvimento Humano – é um número entre 0 e 1, calculado pela média aritmética de três índices: educação, expectativa de vida ao nascer e PIB em dólares. Com base nesses dados e na comparação entre os países, é possível analisar a qualidade de vida e o desenvolvimento humano no planeta. O cálculo do índice do PIB é feito por meio de uma fórmula:

$$\text{Índice do PIB} = \frac{\log(PIB\ per\ capita) - \log(100)}{log(40.000) - \log 100}$$

Na qual, PIB *per capita* é o valor da renda *per capita* do país analisado, em dólar, e 40.000 dólares é o valor máximo de renda *per capita* no mundo.

Sabendo que log 40.000 é igual a 0,6 + log10.000, um país que tenha o PIB igual a 0,79, tem um PIB *per capita* aproximado em dólares de:

a) 100
b) 500
c) 1.000
d) 5.000
e) 10.000

Resposta:

$$0{,}79 = \frac{\log(PIB\ per\ capita) - \log 100}{0{,}6 + \log 10.000 - \log 100} \Rightarrow \quad 0{,}79 = \frac{\log(PIB\ per\ capita) - 2}{0{,}6 + 4 - 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}79 = \frac{\log(PIB\ per\ capita) - 2}{2{,}6} \Rightarrow \log(PIB\ per\ capita) - 2 = 0{,}79\,.\,2{,}6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log(PIB\ per\ capita) - 2 = 2{,}054 \Rightarrow \log(PIB\ per\ capita) = 2{,}054 + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log(PIB\ per\ capita) \cong 4 = 10^4 = 10.000\ dólares$$

Resposta Correta: Alternativa e.

✓ **A5** - APLICAÇÃO DO LOGARITMO NA FÍSICA EM INTENSIDADE SONORA

A aplicação do logaritmo na física pode-se dar, por exemplo através da intensidade sonora, onde a intensidade é o valor médio do fluxo de energia por unidade de área perpendicular à direção de propagação, medida em watt por metro quadrado (W/m^2).

Exemplo 5: (PAIVA; FERRITE, 1998, p. 26)

O ouvido humano pode perceber uma extensa faixa de intensidade de ondas sonoras, desde cerca de $10^{-12}\ \frac{w}{m^2}$, que se toma usualmente como o limiar de audição, até cerca de $1\frac{w}{m^2}$, que provoca sensação de dor na maioria das pessoas.

Em virtude da enorme faixa de intensidade a que o ouvido é sensível, e também em virtude de a sensação psicológica da intensidade sonora não variar diretamente com a intensidade mas, com melhor aproximação, com o logaritmo da intensidade (lei de Weber-Fechner), usa-se uma escala logarítmica para descrever o nível de intensidade de uma onda sonora. O nível de intensidade G medido em decibéis, d(B) se define por $G = 10\,.\,log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$, em que I é a intensidade do som Nesta escala, o limiar de audição e o limiar de audição dolorosa valem, respectivamente:

a) 10 d(B) e 120 d(B)

b) 120 d(B) e 10 d(B)

c) 1 d(B) e 10^{12} d(B)

d) 120 d(B) e 0 d(B)

e) 0 d(B) e 120 d(B)

Resposta:

No limiar da audição, $I = 10^{-12}\,\frac{w}{m^2}$.

Então:

$$G = 10\,.\,log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10\,.\,log\left(\frac{10^{-12}}{10^{-12}}\right) \Rightarrow 10\,.\log 1 \;= 0\; d(B)$$

No limiar da dor, $I = 1\,\frac{w}{m^2}$

Então:

$$G = 10\,.\,log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow G = 10\,.\,log\left(\frac{1}{10^{-12}}\right) \Rightarrow G = 10\,.\,(\log 1 - \log 10^{-12}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G = \;10\,.\,(\,0 - (-12) \;\;\Rightarrow G = 10\,.\,12 \;\Rightarrow G = 120\; d(B)$$

Resposta Correta: Alternativa e.

Ao analisar os exemplos fornecidos nas diversas áreas do conhecimento e compará-los com fragmento da história do surgimento do logaritmo, podemos fazer um paralelo e chegarmos à seguinte conclusão: os logaritmos foram evoluindo junto com a ciência, e o que antes era utilizado para transformação de valores com tabelas para auxiliar nos cálculos nas navegações. Atualmente, diferencia-se, vez que o logaritmo é utilizado de forma tecnológica para solucionar problemas correlacionados diretamente aos indivíduos. Por exemplo, na aplicação de juros compostos na matemática financeira, no cálculo do pH de uma substância para saber se ela é ácida ou básica, na análise do IDH – Índice de Desenvolvimento Humano, com o objetivo prever o crescimento populacional, na aplicação da intensidade sonora, zelando pela saúde auditiva dos seres vivos e minimizando a poluição sonora ou, até mesmo, no cálculo da estimativa da intensidade de um abalo sísmico/terremoto, com a intenção de prevenir que a população de uma determinada região seja pega de surpresa por uma catástrofe gerada por um fenômeno natural.

2.3 LIVROS DIDÁTICOS E O PCNEM

O objetivo desta seção é comparar alguns livros utilizados no Ensino Médio com o que descreve o PCNEM quanto ao contexto histórico, como é abordado o conceito de logaritmo, se há problemas aplicados voltados a fenômenos tecnológicos, se há atividades cujo desenvolvimento incentivam o aluno a usar calculadora.

Foram analisados três livros cujos autores são bastante conhecidos no ensino da matemática no ensino médio, são eles:

Livro 1: Matemática – Contextos e Aplicações – Volume 1, autor Luiz Roberto Dante. Editora Ática, 2011.

Livro 2: Matemática Paiva – Volume 1, autor Manoel Paiva. Editora Moderna, 2013.

Livro 3: Novo Olhar Matemática – Volume 1, autor Joamir Roberto de Souza. Editora FTD.

2.3.1 Livro 1: Matemática – Contextos e Aplicações

Neste livro, o autor começa o capítulo abordando qual foi a principal contribuição dos logaritmos, aplicando a propriedade do produto e da divisão se tornado numa adição e subtração, como é demonstrado abaixo:

$$\log_a(x\,.\,y) = \log_a x + \log_a y \qquad \text{(I)}$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \qquad \text{(II)}$$

Ilustra uma curiosidade de como era a calculadora criada por John Napier (1550 - 1617) e aplica uma atividade que força ao aluno relembrar a aplicação de potenciação e exponencial.

O logaritmo é apresentado por meio de um problema envolvendo crescimento populacional, onde sua simplificação recai numa exponencial de bases diferentes, sendo que o autor afirma que a equação fornecida não dá para se resolver utilizando os conhecimentos adquiridos até ali, daí dando a sua importância do conteúdo logaritmo.

O Livro aborda um pouco da história na qual é inserida a origem dos logaritmos podemos perceber o fato de que a criação dos logaritmos naquela época não são exatamente o que usamos hoje, pois há operações de multiplicação, divisão, potenciação e radiciação de números reais que eram complexas na época. Hoje, com os avanços tecnológicos, essas não implicam mais em trabalhos árduos. E o autor expõe que, ao longo do capítulo, será definido o logaritmo moderno.

A abordagem inicial da definição do logaritmo é através de uma problemática, onde é aplicado um exponencial para se determinar o logaritmo, de uma maneira formal e definindo-o. Os exercícios propostos estão de acordo com a definição, porém a cada atividade tem-se um grau de dificuldade maior. São aplicados à condição de existência dos logaritmos e exercícios propostos sobre as condições desta existência e aplicadas cinco propriedades básicas do logaritmo, cujo título é consequências da definição de logaritmos. São aplicados também exercícios propostos onde são aplicadas as consequências da definição do logaritmo. Por fim, são aplicadas as propriedades operatórias, exercícios propostos e definido e também o que é um Cologaritmo. Há aplicação de resolução de atividades com crescente nível de dificuldade e com um recurso tecnológico a calculadora.

A função logarítmica é apresentada como sendo a função inversa da exponencial. São exibidos gráficos da função logarítmica. Após a função logarítmica é apresentada as equações logarítmicas, inequações logarítmicas e outras aplicações da função logarítmica e dos logaritmos.

2.3.2 Livro 2: Matemática Paiva

O autor traz na página 228 um infográfico, no qual faz com que o aluno pense sem saber que está sendo introduzido um conceito de logaritmo. O autor expõe os fundamentos da teoria dos logaritmos através da história, demonstrando a sua criação, importância e utilidade. Em seguida, o autor define o logaritmo de uma maneira nada formal, onde é aplicado um exponencial para se determinar o logaritmo, de uma maneira formal, definindo-o.

O livro contextualiza o logaritmo decimal, por meio de uma história e explicando os efeitos dos terremotos e a importância da escala Richter e acaba definindo o logaritmo decimal como sendo o logaritmo na base 10. A propriedade dos logaritmos é aplicada. Exercícios propostos são inseridos para que os alunos possam aplicar suas devidas propriedades sendo que o nível de dificuldade aumenta gradativamente. Houve feito o uso da calculadora como auxílio na resolução dos problemas.

A função logarítmica é apresentada por meio de um problema que envolve Radioatividade, que ao se resolver, se depara numa função exponencial, daí o autor define que função logarítmica como toda função $f\colon \mathbb{R}_+^* \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_b x$, em que b é um número real, positivo e diferente de 1. Ou seja, a função logarítmica é apresentada como sendo a função inversa da exponencial. É apresentado o gráfico da função logarítmica e da função exponencial para que se possa comparar o comportamento de cada função. A equação logarítmica é introduzida com um problema que envolve medida nível sonoro em função da potência, onde é discutido todo o seu desenvolvimento. Exercícios resolvidos abordando o conceito de condição de existência. A inequação logarítmica é abordada por meio de uma problematização onde retrata queimada de uma grande extensão de área e é discutido todo o processo operacional.

Os exercícios propostos tanto da equação quanto da inequação logarítmica apresentam um grau de dificuldade gradativas e possuem muitos problemas voltados para o ENEM.

2.3.3 Livro 3: Novo Olhar Matemática

O livro traz uma abordagem inicial sobre o crescimento populacional, na qual o autor, ao manipular as variáveis, se depara com uma exponencial, daí é inserido a história dos logaritmos, fala-se sobre as barras de Napier e logo em seguida é aplicada a definição do logaritmo. Consequentemente, é dado conceito de condição de existência de um logaritmo. Na página 176, é proposto como se resolver um logaritmo utilizando a calculadora. São aplicados as propriedades logarítmicas, e, nos exercícios propostos, a utilização da calculadora vem como ferramenta de apoio na resolução do mesmo.

A função logarítmica é definida como sendo a função inversa da exponencial. O gráfico da função logarítmica é apresentado, e em seguida é comparado com o gráfico da função exponencial. Então, ao analisar os gráficos, fica evidente que a função logarítmica é a inversa da função exponencial. Ainda, em função logarítmica é inserida uma atividade de forma contextualizada onde aborda o conceito de todo conhecimento adquirido até o momento. A equação logarítmica é apresentada com atividades resolvidas, e em seguida, atividades são propostas e para a compreensão, e o escritor finaliza contextualizando o conceito com o cálculo do IDH. A inequação logarítmica é conceituada e, logo em seguida, é trazida atividades resolvidas e exercícios propostos. O livro traz um texto interdisciplinar explorando o conceito níveis sonoros. O capítulo é encerrado com várias atividades de vestibular e de ENEM.

2.3.4 Análise dos Livros

Ao analisarmos os três livros, podemos perceber que eles trazem uma abordagem bem parecida, e o que difere um do outro é apresentação dos exercícios quanto a maior ou menor números de questões, mas todos os três buscam propor ao aluno atividades bem contextualizadas, com a inserção de fenômenos naturais, incentivando o uso da calculadora, atendendo aos quesitos indicados pelo PCNEM.

O livro 1, possui uma linguagem didática bem acessível, traz bastantes exercícios resolvidos de contextos diferentes ajudando aos discentes a visualizarem que há tipos diferentes para a solução de problemas em determinadas situações, os exercícios partem de uma forma espiral do mais fácil ao mais complexo e com muitas atividades contextualizadas sobre Vestibular e o Enem.

O livro 2, é um livro que chama atenção pois aborda, inicialmente, o conteúdo de forma contextualizada, possui uma linguagem bem clara com bastante exercícios resolvidos de diversas formas, os exercícios de aplicação passam por pelos seguintes níveis de aprendizagem: fácil, médio e complexa, possui um vasto banco de questões voltados para o Vestibular e o Enem.

O livro 3, começa a expor o logaritmo de forma mais direta dizendo que a função logarítmica é a função inversa da exponencial, o autor também busca manter uma linguagem clara e objetiva com bastante exemplos resolvidos e exercícios de fixação bem contextualizados, introduz textos de forma interdisciplinar sobre o conteúdo de logaritmo, assim como fez, com o cálculo sobre os níveis sonoros e o cálculo de IDH – índice de Desenvolvimento Humano. O livro encerra o capítulo de logaritmo com muitas questões contextualizadas sobre os vestibulares de diversos estados brasileiros e com questões do Enem dos anos anteriores.

Importante salientar que todos os autores dos livros analisados mantêm uma linguagem clara, com exercícios bem contextualizados, problemas com diversos níveis de complexidade, possuem algumas atividades que sugere o uso da calculadora na solução de alguns exercícios, incentivando de certa forma a prática e a teoria atendendo assim alguns parâmetros exigidos pelo PCNEM levando o discente à possibilidade de uma aprendizagem eficaz e buscando romper os obstáculos na aprendizagem de forma geral do conteúdo.

2.4 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

A história da humanidade se estabelece ao se fundamentar especialmente na observação, na experimentação, no estudo e na consolidação do conhecimento. Pode-se dizer, então, que a razão advém desse conhecimento consolidado. Contudo, não raros são os exemplos de proposições tratadas ao longo dos séculos como verdades absolutas, mas que, quando submetidas à investigação científica amparada por novas tecnologias, caíram por terra.

O dogma de que o céu era perfeito declinou quando da invenção do telescópio, feita por Galileu em 1600. A Teoria Quântica de Planck, surge por exemplo, para contestar os questionamentos que a Teoria de Massas de Lavoisier não mais consegue delinear. Trata-se da criação de uma nova ciência que vem substituir um conhecimento já existente. É nesse momento que ocorrem, então, as rupturas e os saltos através de revoluções científicas.

Para Bachelard (2006, p. 130):

> Na realidade não há fenômenos simples; o fenômeno é um tecido de relações. Não há natureza simples, nem substância simples, porque a substância é uma contextura de atributos. Não há ideia simples, porque uma ideia simples, como viu Dupréel, deve ser inserida, para ser compreendida, num sistema complexo de pensamentos e experiências. A aplicação é complicação. As ideias simples são hipóteses de trabalho, conceitos de trabalho, que deverão ser revisadas para receber seu justo papel epistemológico. As ideias simples não são a base definitiva do conhecimento; aparecerão, por conseguinte, com um outro aspecto quando forem dispostas numa perspectiva de simplificação a partir das ideais completas.

Desse estabelecimento equivocado ou insuficiente de determinadas informações científicas outrora consolidadas, mas que, posteriormente, se mostraram incompletas ou mal estabelecidas é que decorrem os obstáculos epistemológicos. Bachelard (2005, p. 17), descreve como os Obstáculos Epistemológicos surgem:

> Quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que *é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado.* E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos. O conhecimento do real é luz que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são recorrentes. O real nunca é "o que se poderia achar" mas é sempre o que se deveria ter pensado. O pensamento empírico torna-se claro *depois,* quando o conjunto de argumentos fica estabelecido. Ao retomar um passado cheio de erros, encontra-se a verdade num autêntico arrependimento intelectual. No fundo, o ato de conhecer dá-se *contra* um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal

> estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização.

Gaston Bachelard (1884 – 1962) cunhou a expressão Obstáculos Epistemológicos para se referir às questões que configuram o empecilho para a evolução da ciência, questões essas que se encontram em diferentes contextos da vida humana, tais como, ideias pré-concebidas, subjetividades, contextos de produção, cotidianos etc.

Em sua obra "*A Formação do Espírito Científico*", esse autor, à luz da história da ciência do século XVIII, discorre sobre a origem desses referidos obstáculos. Em sua abordagem sobre a história da ciência, Bachelard (2005) afirma que não existe um conhecimento absoluto, pronto e acabado. Assim, ele ressalta que a evolução do conhecimento pressupõe a superação de outros conhecimentos pré-estabelecidos.

O autor em seus estudos faz questão de diferenciar o historiador da ciência do epistemólogo:

> O historiador da ciência deve tomar ideias como se fossem fatos. O epistemólogo deve tomar os fatos como se fossem ideias, inserindo-as num sistema de pensamento. Um fato mal interpretado por uma época permanece, para o historiador, um fato. Para o epistemólogo, um obstáculo, um contra pensamento (Bachelard, 2005, p. 22).

Na visão de Bachelard (2005, p.29) conhecimento é a ruptura entre o conhecimento comum e o conhecimento científico:

> O espírito científico deve formar-se *contra* a Natureza, contra o que é, em nós e fora de nós, o impulso e a informação da Natureza, contra o arrebatamento natural, contra o fato colorido e corriqueiro. O espírito científico deve formar-se enquanto se reforma. Só pode aprender com a Natureza se purificar as substâncias naturais e puser em ordem os fenômenos baralhados.

Nesse sentido, importa observar o que Lopes (1990, p. 65) menciona ao afirmar que:

> O conhecimento das verdades permite entender as progressivas construções racionais. O conhecimento dos erros possibilita entender o que obstaculiza o conhecimento científico. É a partir daí que se constata como muitos desses entraves estão presentes no processo de aprendizagem.

Já na visão de D' Ambrósio (1999, p. 18 e 20), conhecimento é:

> Resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, naturalmente não-dicotômicos entre si. Esses estágios são normalmente de estudo nas chamadas teoria da cognição, epistemologia, história e sociologia, e educação e política. O processo como um todo, extremamente dinâmico e jamais finalizado, está obviamente sujeito a condições muito específicas de estímulo e de subordinação ao contexto natural, cultural e social. Assim é o ciclo de aquisição individual e social do conhecimento.
>
> *Ciclo vital*: ... → REALIDADE informa INDIVÍDUO que processa e executa uma AÇÃO que modifica a REALIDADE que informa o INDIVÍDUO → ...

Na visão de Bachelard (2005, p.23) o obstáculo se inicia quando o professor não se sujeita à psicologia do erro:

> Os professores de ciências imaginam que o espírito começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já constituídos: não se trata, portanto, de *adquirir* uma cultura experimental, mas sim de *mudar* de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana.

Para Bachelard (2005, p.168), a tarefa do professor consiste no:

> [...] esforço de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já amontoados pela vida cotidiana, de propiciar rupturas com o senso comum, com um saber que se institui da opinião e com a tradição empiricista das impressões primeiras. Assim, o epistemólogo tem de tomar os factos como ideias, inserindo-os num sistema de pensamento.

Um grande erro que o professor pode cometer é o de achar que o educando entra vazio de conhecimento em sala de aula. Ele leva consigo todo conhecimento comum, que é absorvido por um grupo social, como amigos e familiares, que adquirem da vida, fora da sala, que vai contra todo o racionalismo da ciência.

Bachelard (2005, p.29) destaca, ainda, as diversas origens dos obstáculos epistemológicos e os organiza em diferentes tipos, a saber: **o impacto da primeira impressão**. Afirma que,

> [...] é a experiência colocada antes e acima da crítica, crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico. Já que a crítica não pôde intervir de modo explícito, a experiência primeira não constitui, de forma alguma, uma base segura.

Pode comprometer o restante da análise do objeto de estudo, pois na primeira impressão o indivíduo absorve muita informação de uma forma acrítica tornando o primeiro conhecimento objetivo passível do primeiro erro. Uma forma de se evitar esse obstáculo é analisar todo o conhecimento absorvido de forma crítica e não tirar conclusões imediatas: a **generalização**, que consiste em tratar todas as informações sob uma mesma premissa; “A psicanálise do conhecimento objetivo deve examinar com cuidado todas as seduções da *facilidade.* Só com essa condição pode-se chegar a uma teoria da abstração científica verdadeiramente sadia e dinâmica” (BACHELARD, 2005, p. 69).

Os primeiros conhecimentos gerais, por vezes, determinam a elucidação a partir dos interditos sociais. De acordo com o literato, nada é mais “anticientífico do que afirmar sem prova, ou sob a capa de observações gerais e imprecisas, causalidades entre ordens de fenômenos diferentes” (BACHELARD, 2005, p. 271). O conhecimento comum é carregado de generalizações e pré-conceitos. Uma forma de eliminar esse obstáculo é superando o conhecimento pré-estabelecido através de um novo conhecimento. Esse obstáculo é difícil de ser superado, pois o indivíduo tem que sair de sua zona de conforto para buscar um novo conhecimento e derrubando o conhecimento anterior, assim, segue avançando à ciência, e eliminando os obstáculos/entraves que aparecem durante a aprendizagem.

Os obstáculos verbais primam pelo o esgotamento do objeto de estudo, restringindo-o a determinado conceito. O uso de metáforas, imagens e analogias como didática de ensino em sala de aula, pode facilitar o trabalho muitos professores, contudo transferem uma verdade não consolidada ao aluno. Bachelard (2005, p. 50), afirma que “é indispensável que o professor passe continuamente da mesa de experiências para a lousa, a fim de extrair o mais depressa possível o abstrato do concreto". O obstáculo predominante de se atar a experiência são as figuras , as quais estarão cheias de admirações individuais, de entendimento que cada um extrai através de sua observação.

Assim como a ciência sofre falhas no que compete aos seus conhecimentos, sua linguagem também necessita ser restaurada afim de que repasse ao aluno o que de verdadeiramente científico há nele. Somem-se a essas outras origens elencadas pelo estudioso, como: a **substancialização**, que consiste na objetificação do conhecimento, como se todas as informações acerca do objeto de estudo não sofressem a interferência dos diferentes contextos e variações que permeiam o mesmo; **o pragmatismo**, que desconsidera o valor das analogias na construção do conhecimento; **o realismo,** que pressupõe uma análise impassível não subjetiva e ensimesmada; **o animismo,** que configura o equívoco de sempre atribuir vida e características humanas para se explicar fenômenos; **o quantitativo** que trata do entendimento errôneo de pensar ser possível a quantificação de todo o conhecimento sobre determinado objeto, esquecendo-se que, os processos de análise passam também aspectos subjetivos.

Ante o exposto, entendemos que Bachelard evidencia alguns dos muitos entraves que se fazem presentes na construção do conhecimento científico e, consequentemente, no processo de educação. Uma vez que está só se dá mediante aquele, passaremos então a abordar a presença de obstáculos no ensino da matemática.

2.5 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS NA MATEMÁTICA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, ao apontarem a importância da matemática na formação dos alunos do ensino médio, destacam sua relevância, enfatizando seu valor formativo enquanto organizador do pensamento e do raciocínio dedutivo. Concomitantemente, essa ciência também instrumentaliza o indivíduo para que ele desenvolva habilidades que lhe serão necessárias em sua vida cotidiana. Nos dias atuais, o conhecimento matemático é transmitido, no Brasil, essencialmente, por meio da educação formal. A educação formal é, normalmente, responsável pelo processo de ensino e aprendizagem da matemática. Uma vez que a educação formal se vale do conhecimento científico e que ele, como vimos, sofre as interferências dos obstáculos epistemológicos apontadas por Bachelard, podemos afirmar que o ensino da matemática também as sofre. Diante disso, é importante ressaltar quais são os principais entraves que se fazem presentes no processo de ensino e aprendizagem em se tratando da ciência matemática.

Assim, importa observar que, desde a mais antiga elaboração do conhecimento matemático, já nos deparamos com obstáculos epistemológicos em sua transmissão, uma vez que há, necessariamente, um desencontro entre o conhecimento real e o conhecimento transmitido. Isso decorre do processo de organização das informações, dado no momento da elaboração de um conceito, ser substancialmente diferente do processo de organização desse conceito na forma de um texto didático.

Em se tratando, pontualmente, dos obstáculos epistemológicos na matemática, Guy Brousseau (1983) figura como o pioneiro dessa pesquisa. Em seu trabalho sobre a Teoria das Situações Didáticas fazendo uma interlocução com os obstáculos epistemológicos de Bachelard, e com um olhar para matemática, o estudioso aponta que o conhecimento decorre, necessariamente, da suspensão dos outro(s) conhecimento(s) estabelecido(s) previamente, conforme mencionado abaixo:

> O sentido de um conhecimento matemático se define não apenas pelo conjunto de situações onde este conhecimento é realizado como teoria matemática, não somente pelo conjunto de situações onde o sujeito o encontrou como meio de solução, mas também pelo conjunto das concepções, das escolhas anteriores que ele rejeita, dos erros que ele evita, pelas economias que ele proporciona, as formulações que ele retoma, etc (Brousseau, 1983, p. 170, apud Motta, 2006).

Nesse sentido, ele defende que um obstáculo consiste em um conjunto de dificuldades que dizem respeito à assimilação de um determinado conhecimento. Do mesmo modo, o pesquisador destaca que, uma vez que o conhecimento é estabelecido de uma forma muito pontual, com condições específicas, o mesmo se configurará passível de obstruções todas as vezes em que essas condições especiais sofrerem alterações e que demandarem novos arranjos, o que, por conseguinte, constituirá um obstáculo para aqueles que estiverem inseridos no contexto do aprendizado matemático.

Acerca dessa questão, deve-se observar que Brousseau (2001) classifica os quatros tipos de obstáculos presentes no campo da Didática da Matemática:

1. Obstáculo Ontogenético

De acordo com a teoria piagetiana, não é possível a um educando de 10 anos de idade apropriar-se do conceito de volume, pois, nessa fase de sua vida, a criança conhece somente o conceito bidimensional no cálculo de áreas. Esse, segundo Brousseau, é um exemplo do que vem a ser o obstáculo ontogenético. Trata-se de quando a maturidade mental para o entendimento acerca de determinado assunto ainda não foi alcançada, ou também surgem devido às limitações neurofisiológicas do indivíduo em algum momento do seu desenvolvimento impedindo de assimilar um novo conceito.

2. Obstáculo Psicológico

Não raro, o conhecimento matemático é apresentado sob o discurso da dificuldade. Assim, de acordo com Brousseau, o obstáculo psicológico se relaciona com o senso comum da comunidade na qual o educando está inserido e com a natureza afetiva do sujeito em relação ao tema de estudo.

3. Obstáculo Didático

Por vezes, ocorre a transposição de um conceito matemático, decorrente de uma tentativa de simplificação do conceito, com vistas a facilitar o aprendizado, mas que acaba por produzir definições equivocadas, incompletas ou excessivamente metafóricas.

4. Obstáculo Epistemológico

Diz respeito ao embaraço para compreensão inerente ao conhecimento matemático, embaraço esse que reside tanto na elaboração conceitual quanto no processo histórico de produção e de acúmulo de conhecimento. Isso ocorreu, por exemplo, quando o número zero foi tratado como um sinônimo de nada. Perspectiva que ignora o conceito de números inteiros, no qual existem os números negativos menores de zero.

Uma questão importante e observada por Brousseau (2001) diz respeito à precipitação do pensamento lógico indutivo. Ele salienta que tal procedimento faz com que a análise de uma situação/caso específico seja tratada como se fosse bastante para se procederem afirmações gerais, o que, não raramente, pode configurar uma obstrução para a produção do conhecimento, devido à generalização com que o objeto de estudo em questão é tratado. Assim, em se tratando do ensino de determinado aspecto da matemática, há grande possibilidade de que o mesmo se dê de forma inexata, caso seja pautado em informações generalizantes.

Outro aspecto importante acerca dos estudos de Brousseau (2001) diz respeito ao tratamento científico do trabalho didático. O autor destaca a necessidade de que a assimilação do conhecimento matemático se dê por meio da problematização e não da mera reprodução sistematizada. Dessa forma, ele salienta que o aprender se dá, necessariamente, frente à necessidade de adaptação do homem a um meio e que, por isso, enquanto espaço de tensão, o aprendizado produz contradições, desequilíbrios e ressignificados.

Essa perspectiva de Brousseau (2001) se configura como um contraponto ao entendimento clássico acerca da didática matemática que, tradicionalmente, prima pela metodização, que muitas vezes se dá de maneira desvinculada das condições que se fazem presentes no processo de aprendizagem. Para o estudioso “o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes” Brousseau (2001, p. 8). Esse entendimento do autor nos remete ao que afirma Vygotsky (2007) quando menciona que a produção do saber é feita de maneira dialética entre os sujeitos e a sociedade.

Ante o exposto, importa destacar que dentre as observações de Brousseau acerca dos quatros tipos de obstáculos presentes no campo da Didática da Matemática, esta pesquisa versará sobre os obstáculos epistemológicos, bem como sobre as questões correlatas do tratamento científico do trabalho didático na matemática (especificamente quanto ao ensino dos logaritmos). Semelhantemente, dada a importância e o pioneirismo dos diversos trabalhos de Bachelard concernentes à questão dos obstáculos epistemológicos, este autor também figurará no referencial teórico deste estudo.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo constam os procedimentos utilizados para a realização da pesquisa e para a coleta e a organização dos dados.

Tendo em vista que esta pesquisa aborda as questões que permeiam o ensino do logaritmo na 1ª série do Ensino Médio, à luz da organização didática estabelecida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (2002), definiu-se pela realização de um estudo de caso, junto a um grupo de 25 discentes e 2 docentes de uma escola da rede privada, localizada no município de Aracruz – ES. Assim, foram coletados dados quantitativos e qualitativos, no segundo semestre de 2016.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

Com a intenção de chegar a um diagnóstico do contexto escolar em que trabalhei para identificar os obstáculos epistemológicos na matemática do conteúdo de logaritmos, fizemos um estudo de caso de cunho qualitativo e quantitativo. Classifiquei como um estudo de caso qualitativo, pois tive o objetivo de coletar informações detalhadas sobre o conhecimento prévio dos 25 discentes da 1ª série do Ensino Médio da escola Centro Educacional de Aracruz.

Por meio das informações coletadas foi possível formular hipóteses para ajudar a direcionar os discentes e comprovar alguns obstáculos epistemológicos apontados por Bachelard.

Com o cunho quantitativo, foi possível definir o perfil dos alunos com dificuldades de entendimento do logaritmo através dos exercícios propostos por meio do diagnóstico e com esses resultados pude realizar uma análise estatística para a tomada de decisões criando estratégias para levar os discentes a responder os objetivos Geral e Específicos.

3.2 INSTITUIÇÃO PESQUISADA

3.2.1 Histórico da Instituição Pesquisada

A Instituição de Ensino *Centro Educacional de Aracruz - CEA*, está localizada na Rua Professor Berilo Basílio dos Santos, nº 180 no Centro do município de Aracruz – ES. A escola investigada pertence a rede privada e possui 23 anos de atuação no Município, iniciando suas atividades no dia 07 de fevereiro de 1994, com apenas dez turmas de 1ª a 8ª séries, no horário matutino.

Atualmente, o CEA oferece o Ensino Fundamental, Médio e Educação Profissionalizante em prédio próprio, construído para abrigar, integralmente, os alunos. O CEA conta com salas de aula bem iluminadas, ventiladas, ampla biblioteca, diversos serviços, inclusive internet à disposição da comunidade escolar; laboratórios de informática, ciências, auditório, sala de reuniões, quadra poliesportiva, playground (para os pequenos), enfim, uma estrutura física adequada para atender ao público alvo.

3.2.2 Perfil dos Docentes

Para o êxito da investigação da pesquisa, contamos com a participação de um colega de trabalho e também professor na turma pesquisada.

Temos a mesma formação em engenharia química, e, pensando em aprimorar a nossa prática em sala de aula, fizemos complementação pedagógica em Matemática.

Vale ressaltar que somos mestrandos na área da educação e passamos a ter um olhar diferenciado em relação aos alunos que queremos formar. Nós compactuamos com os mesmos objetivos no que se refere ao pensamento crítico e científico dos educandos.

3.2.3 Perfil dos Discentes

A turma pesquisada era composta por vinte e cinco discentes matriculados na 1ª série do Ensino Médio. A turma, em sua maioria, já estudava junta desde o Ensino Fundamental. Trata-se de uma classe heterogênea e dois dos grandes desafios enfrentados pelos professores nos dias atuais são as variações da faixa etária e do nível de aprendizagem dos alunos. É importante mencionar que todo tipo de diversidade deve ser visto pelo professor como uma oportunidade de ação pedagógica diferenciada.

Para Bachelard (2006, p.168) os professores precisam de estratégias diferenciadas para atender os alunos, já que nem todos detêm os mesmos conhecimentos nem aprendem de forma igual.

> Muitas vezes me tenho impressionado com o fato de os professores de ciências, mais ainda, se possível, do que os outros, não compreenderem que não se compreenda. Muito poucos são aqueles que investigaram a psicologia do erro, da ignorância e da irreflexão.

Para ele, a tarefa do professor

> [...] consiste no esforço de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já amontoados pela vida cotidiana, de propiciar rupturas com o senso comum, com um saber que se institui da opinião e com a tradição empiricista das impressões primeiras. Assim, o epistemólogo tem de tomar os factos como ideias, inserindo-os num sistema de pensamento. (Bachelard, 2005, p. 168)

Podemos dividir a formação de classe heterogênea ou homogêneas em dois aspectos: primeiro, relacionado ao pedagógico e o segundo, de ordem econômica. Analisando a parte pedagógica, partimos do pressuposto de que, quando o docente se depara com uma classe composta de alunos com níveis similares de conhecimento, ele pode mais facilmente trabalhar com atividades que convenham a todos e ainda estabelecer um ritmo de ensino que beneficie todo o grupo. Economicamente falando, a classe homogênea beneficia o docente ao ensinar vários alunos num mesmo período de tempo, de forma a alcançar resultados mais eficientes.

3.3 METODOLOGIA EMPREGADA

A metodologia empregada constituiu-se em três momentos:

1º Momento – Diagnóstico dos alunos, através de atividades contextualizadas, para identificar e quantificar, quanto suas dificuldades de aprendizagem dos logaritmos, quando são trabalhados os pré-requisitos e apresentado os conceitos e propriedades dos logaritmos, utilizando como instrumento a observação em sala de aula e um questionário. Esta etapa foi realizada com a turma da 1ª série do Ensino Médio, em que o pesquisador se dispôs a observar o rendimento dos alunos ao executar as atividades propostas, solicitando que respondessem as questões acerca dos logaritmos. Considerando a importância da avaliação diagnóstica, esperamos neste primeiro momento, sua contribuição ao mostrar as dificuldades de aprendizagem dos logaritmos, como também os obstáculos a ultrapassar segundo a afirmação de Bachelard (2001, p.166):

> A opinião pensa mal; ela não pensa, traduz, necessidades em conhecimentos. Ao designar os objectos pela sua utilidade, coíbe-se de os conhecer. Nada se pode fundar a partir da opinião; é necessário, antes de mais, destruí-la. Ela constitui o primeiro obstáculo a ultrapassar. [...] O espírito científico proíbe-nos de ter uma opinião sobre questões que não compreendemos, sobre questões que não sabemos formular claramente. É preciso, antes de tudo saber formular problemas. [...] É precisamente o sentido do problema que dá a marca do verdadeiro espírito científico. Para um espírito científico, todo o conhecimento é uma resposta a uma questão. Se não houver uma questão, não pode haver conhecimento científico. Nada é natural. Nada é dado. Tudo é construído.

2º Momento - A partir do primeiro momento da pesquisa identificaram-se as dificuldades apresentadas pelos discentes o que já era esperado segundo as afirmações de Bachelard (2005, p 37) “O aparecimento de obstáculos é inevitável, o que mostra ser de fundamental importância, a sua superação para que o pensamento científico possa se desenvolver”.

Para Bachelard, os obstáculos epistemológicos vão então se revelar através dos erros específicos que são constantes e resistentes aparecendo como um meio de se mudar a ideia equivocada que se tem sobre o erro no contexto didático. Sendo assim, partimos para a apresentação do conteúdo que ocorreu em duas etapas: 1° Apresentação dos conceitos e das propriedades logarítmicas e na 2° etapa trabalhou-se com as funções e inequações logarítmicas totalizando um número de seis aulas. Os conteúdos foram apresentados através de aulas expositivas, na forma de slides e trabalhos coletivos apresentando a história dos logaritmos. Posteriormente foi dado a sequência por meio do seu efetivo exercício em atividades propostas trabalhando de forma contextualizada buscando a contribuir com o ensino e aprendizagem. Após esse encadeamento foi aplicado o questionário, com a finalidade de analisar e tabular os seus resultados.

3º Momento – Esta etapa trata-se dos resultados, dos dados coletados que foram organizados e tabulados por meio de gráficos, a fim de que as informações possam contribuir ou refutar as hipóteses levantadas.

Com a pesquisa buscamos mostrar que o obstáculo epistemológico aparece no processo ensino e aprendizagem e o quanto é importante considerarmos o erro, no ensino, como algo positivo. Propomos com a pesquisa que um dos objetivos do docente seja fornecer meios para que os alunos resolvam os problemas ao invés da pura e simples transmissão de conhecimentos, que o docente busque conhecer como ocorre o desenvolvimento histórico da construção do conhecimento matemático, para assim, identificar o obstáculo epistemológico.

> Começa como uma aula, que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto a ponto. Não levam em conta que o adolescente entra na aula de física com conhecimentos empíricos já constituídos: não se trata, portanto, de adquirir uma cultura experimental, mas sim de mudar de cultura experimental, de derrubar os obstáculos já sedimentados pela vida cotidiana (BACHELARD, 2001, p. 23).

Após a aplicação das apresentações dos conceitos e das propriedades logarítmicas, das funções e inequações logarítmicas e da coleta de dados para organização e tabulação dos elementos apresentados nesse capítulo para gerar os gráficos, obtemos embasamentos para responder o próximo capítulo que se trata dos Resultados e Discussões.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta pesquisa foram aplicados dois questionários, em períodos distintos, com perguntas que visavam descobrir o interesse dos alunos quanto à disciplina da matemática e as dificuldades quanto ao conteúdo de logaritmo.

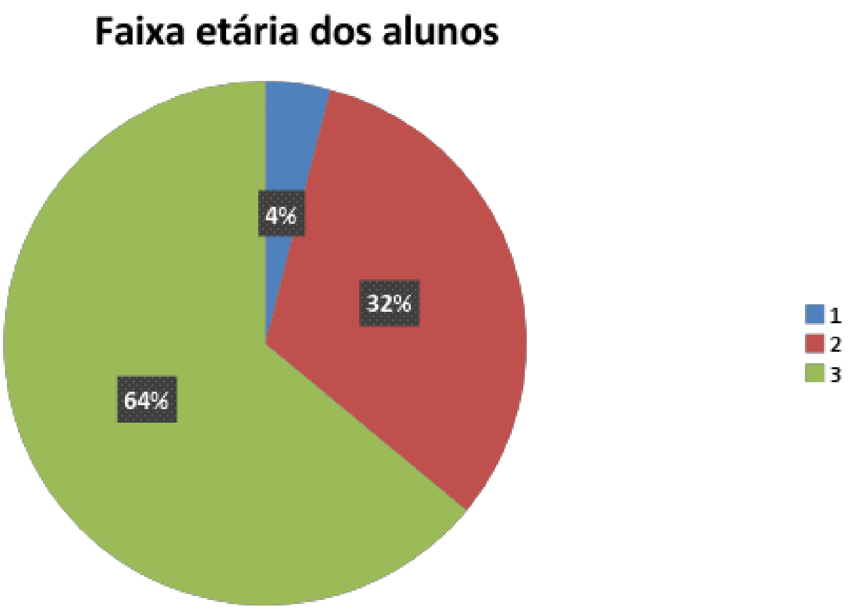
1° etapa: apresentação dos conceitos e das propriedades logarítmicas,

2° etapa: trabalhou-se com as funções e inequações logarítmicas.

Após a apresentação do conteúdo através de aulas expositivas, na forma de slides e seu efetivo exercício em atividades propostas, foi aplicado o primeiro questionário. Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

Confirmando as teorias de Bachelard (2005) no que diz respeito ao desenvolvimento das capacidades e a compreensão dos limites que se interpõem ao processo de aquisição do saber, julgamos necessário apresentar o gráfico referente as primeiras questões dos questionários nos anexos C e D que relaciona à faixa etária dos alunos.

Gráfico 1 – Faixa etária dos alunos



Fonte: Próprio autor

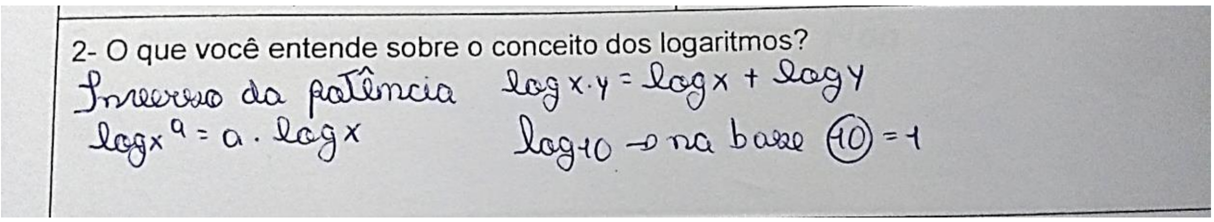
A faixa etária dos alunos entrevistados varia de 14 a 16 anos de idade. Os resultados do questionário mostram que 4% tem 14 anos, 32% tem 15 anos, 64% dos alunos entrevistados têm 16 anos e demonstraram, por meio dos resultados, que possuem um nível de compreensão da realidade diferenciado dos demais, pois os alunos de menor idade demostraram imaturidade ao preencherem o questionário, ao contrário dos alunos mais velhos, que o fizeram como afirma Bachelard (2001, p. 258):

> É o homem inteiro, com sua pesada carga de ancestralidade e de inconsciência, com toda a sua juventude confusa e contingente, que teria de ser levado em conta se quiséssemos medir os obstáculos que se opõem ao conhecimento objetivo, ao conhecimento tranquilo.

Bachelard enfatiza categoricamente que devemos valorizar o conhecimento prévio do aluno. Trata-se do conhecimento do senso comum ou do estágio pré-científico e dos saberes adquiridos nas vivências empíricas, o que reconhece a força da primeira experiência.

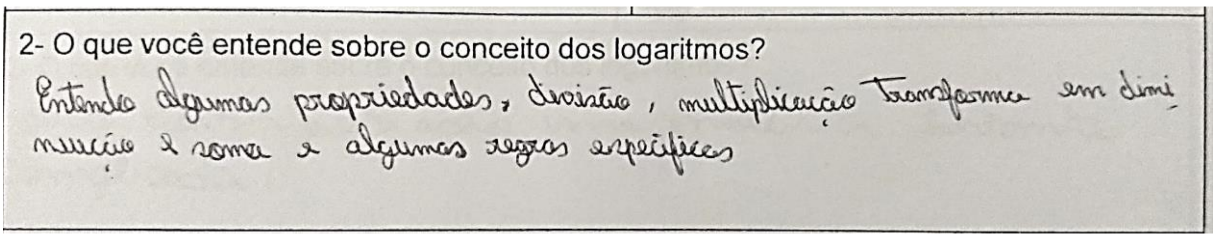
Sendo assim, perguntamos aos alunos, conforme a segunda questão do questionário no anexo C, o que eles entendem sobre o conceito de logaritmos e dos 25 questionários respondidos foram escolhidos as fotos abaixo que melhor traduzem estas informações:

Figura 2– Resposta selecionada 1



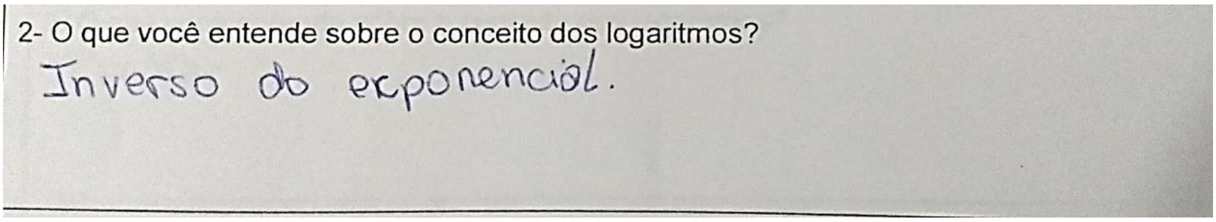
Fonte: Próprio autor

Figura 3 – Resposta selecionada 2



Fonte: Próprio autor

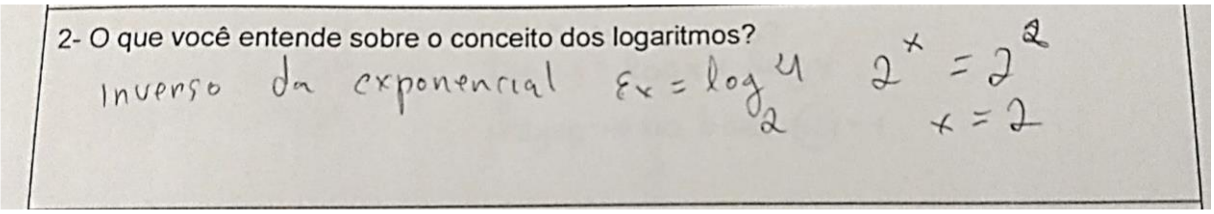
Figura 4 – Resposta selecionada 3


2- O que você entende sobre o conceito dos logaritmos?

Inverso do exponencial.

Fonte: Próprio autor

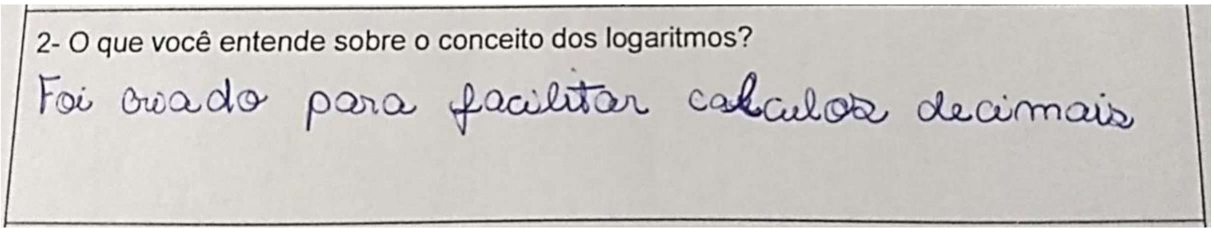
Figura 5 – Resposta selecionada 4


2- O que você entende sobre o conceito dos logaritmos?

Inverso da exponencial Ex = $\log_2 4$ $2^x = 2^2$ $x = 2$

Fonte: Próprio autor

Figura 6 – Resposta selecionada 5


2- O que você entende sobre o conceito dos logaritmos?

Foi criado para facilitar calculos decimais

Fonte: Próprio autor

As respostas foram variadas, porém a maioria desconhece o conceito correto de logaritmos. O que nos chamou a atenção é a convicção da maioria que, mesmo sem saber, arriscam respostas que, para eles, estão corretas. Bachelard nos adverte que esses erros precisam ser retificados para se chegar ao conhecimento correto. O aluno tem dificuldade de compreender, de pensar cientificamente. Daí o conceito de racionalidade ensinada:

> Os obstáculos que se opõem ao conhecimento objetivo, ao conhecimento tranquilo. Infelizmente os educadores não colaboram para essa tranquilidade! Não conduzem os alunos para o conhecimento do objeto. Emitem mais juízos do que ensinam! (BACHELARD,2005, p. 258)

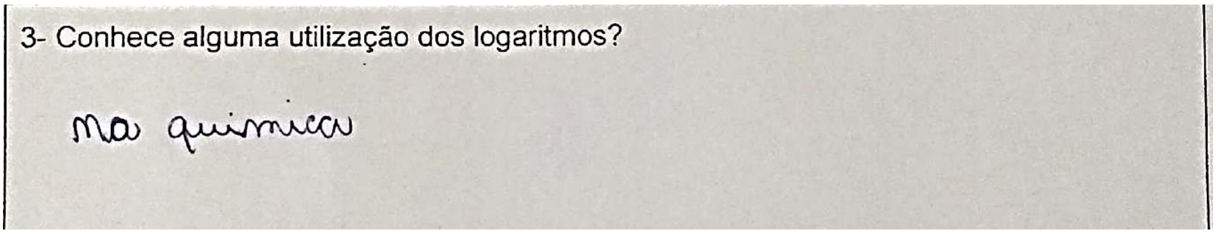
Desta forma, concordamos com a defesa do autor que nos mostra o professor como o mediador do conhecimento e que este deve fazê-lo de forma tranquila, marcante e significativa levando o aluno ao entendimento das informações.

Bachelard (2005, p. 292) ainda dá o seu próprio depoimento como professor em sala de aula:

> Pouco a pouco, procuro liberar suavemente o espírito dos alunos de seu apego a imagens privilegiadas. Eu os encaminho para as vias da abstração, esforçando-me para despertar o gosto pela abstração. Enfim, acho que o primeiro princípio da educação científica é, no reino intelectual, esse ascetismo que é o pensamento abstrato. Só ele pode levar-nos a dominar o conhecimento experimental.

Dando sequência ao questionário do anexo C, perguntamos na questão três se o discente conhece alguma utilização dos logaritmos. Posteriormente ao conteúdo trabalhado, observamos que quando perguntamos sobre o mesmo, os alunos não conseguem responder de forma contextualizada, com pensamento organizado e coerente, mas sim, respondem de forma fragmentada com respostas curtas e sem contextualização conforme as fotos a seguir.

Figura 7 – Resposta selecionada 6

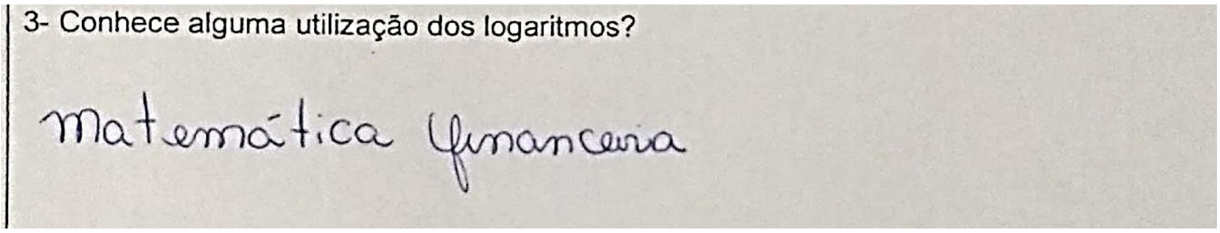


3- Conhece alguma utilização dos logaritmos?

na química

Fonte: Próprio autor

Figura 8 – Resposta selecionada 7

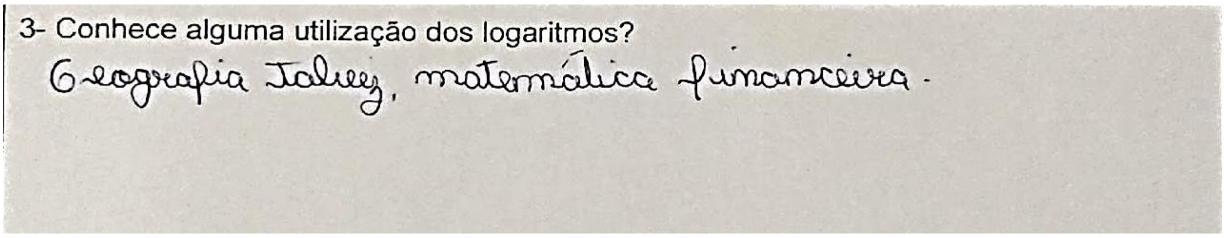


3- Conhece alguma utilização dos logaritmos?

matemática financeira

Fonte: Próprio autor

Figura 9 – Resposta selecionada 8


3- Conhece alguma utilização dos logaritmos?
Geografia Talvez, matemática financeira.

Fonte: Próprio autor

Isto comprova os pensamentos de Bachelard (2001, p.166) quando diz que “a opinião pensa mal”:

> A opinião pensa mal; ela não pensa, traduz, necessidades em conhecimentos. Ao designar os objectos pela sua utilidade, coíbe-se de os conhecer. Nada se pode fundar a partir da opinião; é necessário, antes de mais, destruí-la. Ela constitui o primeiro obstáculo a ultrapassar.

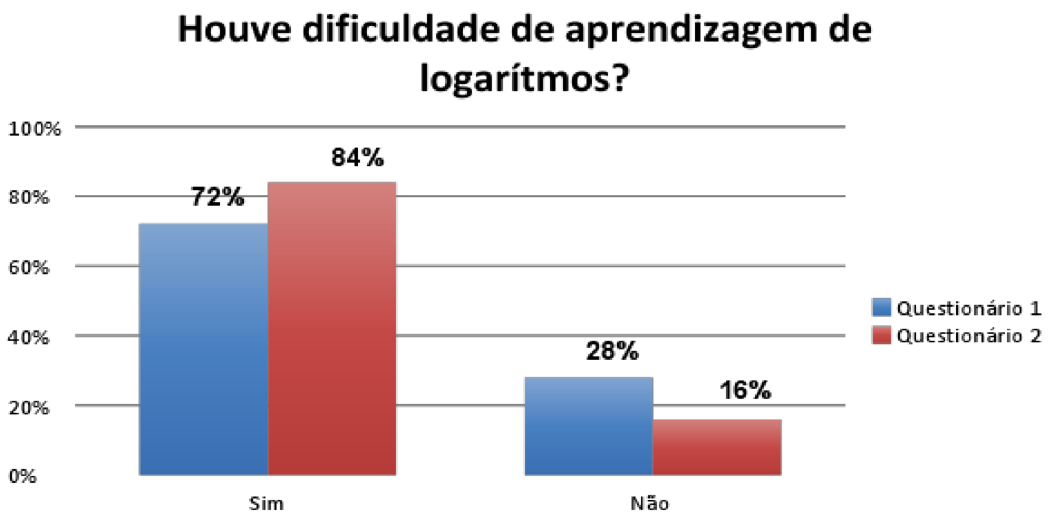
Analisando as respostas concordamos com os pensamentos de Bachelard quando afirma que o indivíduo é carregado de pensamentos empíricos e mesmo sem ter certeza ele opina como sendo uma verdade absoluta.

Bachelard ainda afirma que a falta de conhecimento prévio não é sinônimo de pensamento abstrato. O discente mesmo sem a base para uma assimilação correta do conteúdo de logaritmo é capaz de aprender quando vence as dificuldades das abstrações.

> Para isso devemos provar que pensamento abstrato não é sinônimo de má consciência científica, como a acusação trivial parece dizer. Deveremos provar que a abstração desembaraça o espírito, que ela o alivia e que ela o dinamiza. Proporcionaremos essas provas estudando mais particularmente as dificuldades das abstrações corretas, assinalando as insuficiências dos primeiros intentos, o peso dos primeiros esquemas, ao mesmo tempo que destacamos o caráter discursivo da coerência abstrata e essencial que nunca logra seu objetivo da primeira vez. E para mostrar melhor que o processo de abstração não é uniforme, não titubearemos em empregar às vezes um tom polêmico, insistindo sobre o caráter de obstáculo que apresenta a experiência, estimada concreta e real, estimada natural e imediata (BACHELARD, 1988, p. 8- 9).

Diante desta afirmação de Bachelard, perguntamos na questão quatro do questionário no anexo C e na questão seis do questionário no anexo D, se houve alguma dificuldade de aprendizagem de logaritmos.

Gráfico 2 – Houve dificuldade de aprendizagem de logaritmos?

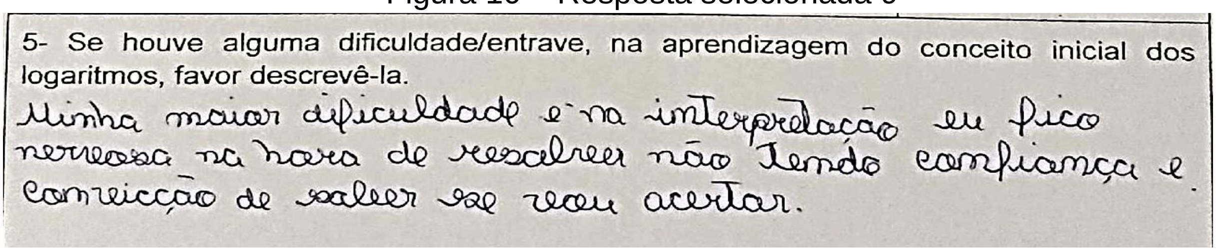


Fonte: Próprio autor

A coluna azul do Gráfico 2 corresponde ao primeiro questionário e nos mostra que 72% dos alunos, na opinião deles, tiveram dificuldades de assimilação e 28% não apresentaram dificuldades com o entendimento do conteúdo. Já a coluna vermelha do mesmo gráfico corresponde ao segundo questionário e, como já era esperado, 84% dos discentes confirmam sentir dificuldade com o estudo de logaritmos e 16% não declararam dificuldades. Sendo assim, fica evidente que o pensamento abstrato não é sinônimo de má consciência científica.

Analisando as respostas das questões de número cinco do anexo C e sete do anexo D, observamos que as respostas foram variadas conforme as imagens a seguir:

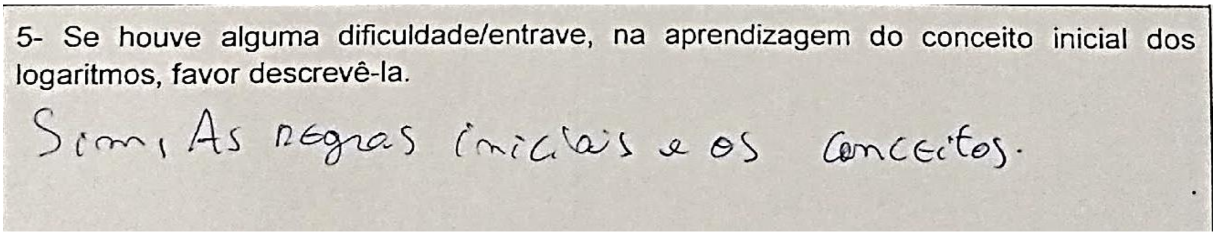
Figura 10 – Resposta selecionada 9


5- Se houve alguma dificuldade/entrave, na aprendizagem do conceito inicial dos logaritmos, favor descrevê-la.

Minha maior dificuldade é na interpretação eu fico nervosa na hora de resolver não tendo confiança e convicção de saber se vou acertar.

Fonte: Próprio autor

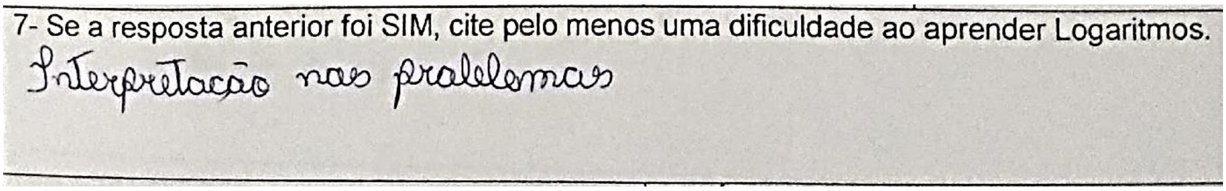
Figura 11 – Resposta selecionada 10


5- Se houve alguma dificuldade/entrave, na aprendizagem do conceito inicial dos logarítmos, favor descrevê-la.

Sim, As regras iniciais e os conceitos.

Fonte: Próprio autor

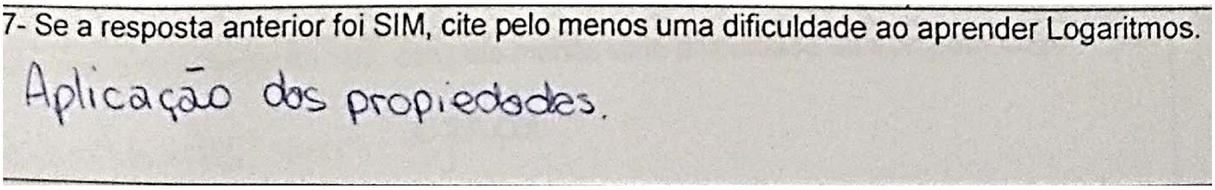
Figura 12 – Resposta selecionada 11


7- Se a resposta anterior foi SIM, cite pelo menos uma dificuldade ao aprender Logaritmos.

Interpretação nos problemas

Fonte: Próprio autor

Figura 13 – Resposta selecionada 12


7- Se a resposta anterior foi SIM, cite pelo menos uma dificuldade ao aprender Logaritmos.

Aplicação dos propiedades.

Foto 12: Próprio autor

Isso comprova os pensamentos de Bachelard quando fala sobre o conhecimento comum e o conhecimento cientifico, pois os alunos acabam respondendo o questionário baseando-se mais nos pensamentos da maioria, que alegam que o conteúdo é difícil, do que no conteúdo de logaritmo propriamente dito.

Sabemos que a matemática é tida, pela grande maioria, como uma disciplina difícil e, em muitos casos, rejeitada pelos discentes de todas as classes sociais e em todos os níveis de escolaridade. Isso ocorre devido a algumas peculiaridades da disciplina.

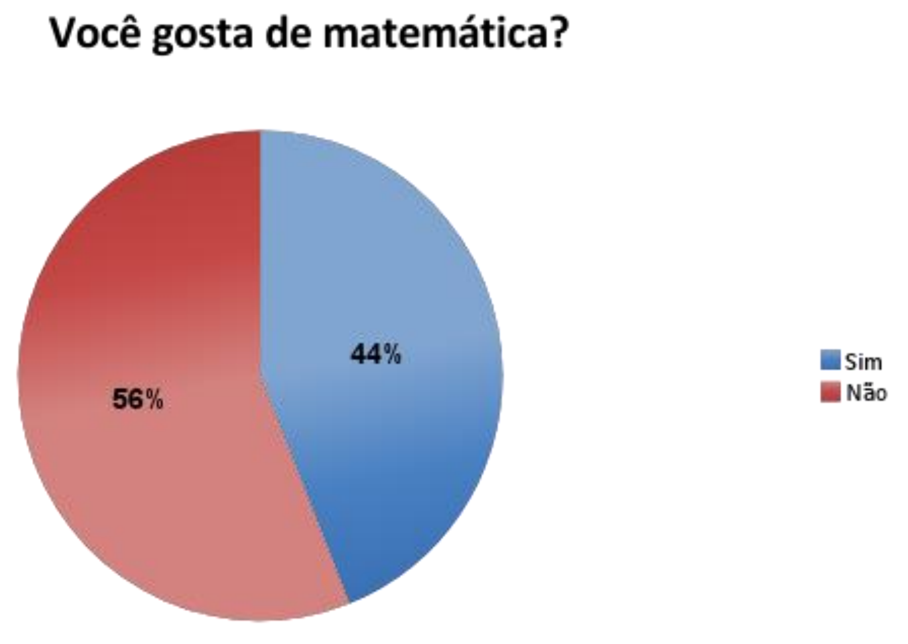
Uma das principais características da disciplina matemática é que ela se trata de uma área cumulativa de conhecimento, isto é, o aluno precisa aprender um conteúdo prévio para compreender o posterior.

Podemos ainda atribuir como outra causa da rejeição à matemática a falta de motivação e incentivo por parte de alguns professores. É importante ter iniciativa para fazer o novo e fazer o que ainda não foi experimentado por ninguém.

"Toda criação deve superar uma ansiedade. Criar é desatar uma angústia", afirma Bachelard (1990, p. 114). Devemos levar os nossos alunos a superarem a rejeição pela matemática e vencer o medo, principalmente o medo do novo, é o que se espera de um educador capaz de ensinar com uma visão crítica, pois como nos ensina Bachelard, "por mais efêmero que seja o medo, está quase sempre na origem de um conhecimento" (1990, p. 150).

Pensando assim, fizemos na sequência do questionário do anexo D, a pergunta de número dois, que aferia se o discente gosta ou não da disciplina de Matemática. O resultado nos mostra que 44% dos alunos afirmam gostar de matemática, enquanto 56% afirmam que não gostam da disciplina, conforme aponta o gráfico a seguir.

Gráfico 3 – Você gosta de matemática?



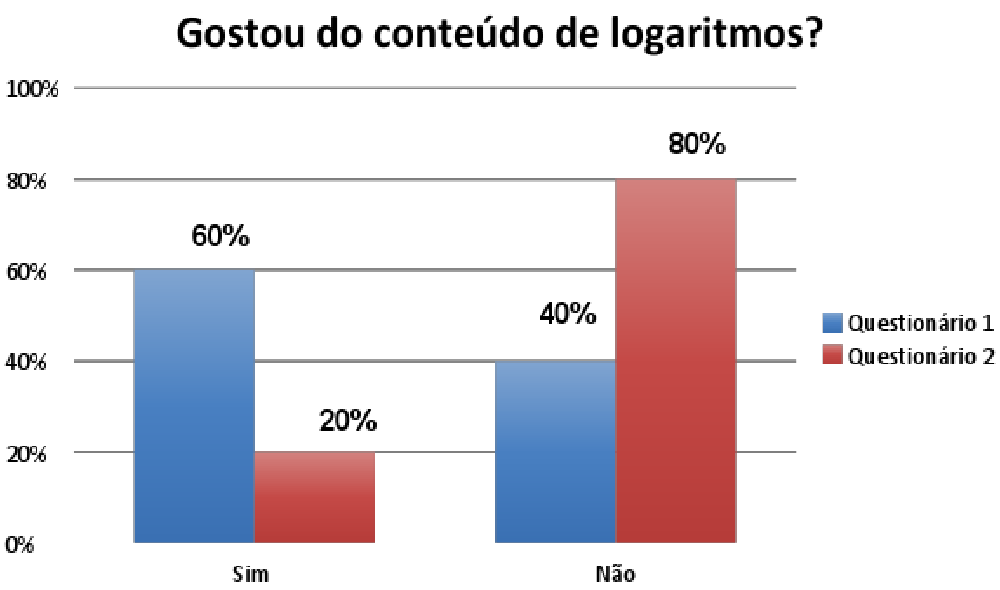
Fonte: Próprio autor

Para dar continuidade a entrevista, levamos em consideração as afirmações de Bachelard (2006, p. 165):

> Quando se procuram as condições psicológicas dos progressos da ciência, em breve se chega à convicção de que *é em termos de obstáculos que se deve pôr o problema do conhecimento científico*. E não se trata de considerar obstáculos externos como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem tão-pouco de incriminar a fraqueza dos sentidos e do espírito humano: é no próprio ato de conhecer, intimamente, que aparecem, por uma espécie de necessidade funcional, lentidões e perturbações. É aqui que residem causas de estagnação e mesmo de regressão, é aqui que iremos descobrir causas de inércia a que chamaremos obstáculos epistemológicos. O conhecimento do real é uma luz que sempre projecta algures umas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são sempre recorrentes. O real nunca é aquilo que se poderia crer, mas é sempre aquilo que se deveria ter pensado. O pensamento empírico é claro, fora de tempo, quando o aparelho das razões já foi afinado. Ao desdizer um passado de erros, encontramos a verdade num autêntico arrependimento intelectual. Com efeito, nós conhecemos contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal feitos, ultrapassando aquilo que, no próprio espírito, constitui um obstáculo à espiritualização.

O gráfico a seguir apresenta dois momentos importantes na aplicação do questionário do anexo C e D, tem por objetivo geral comparar as respostas dos alunos nos itens seis e três respectivamente dos anexos, cuja a aplicação efetiva do conteúdo de logaritmo antes e depois do conteúdo aplicado pelo professor.

Gráfico 4 – Gostou do conteúdo de logaritmos?



Fonte: Próprio autor

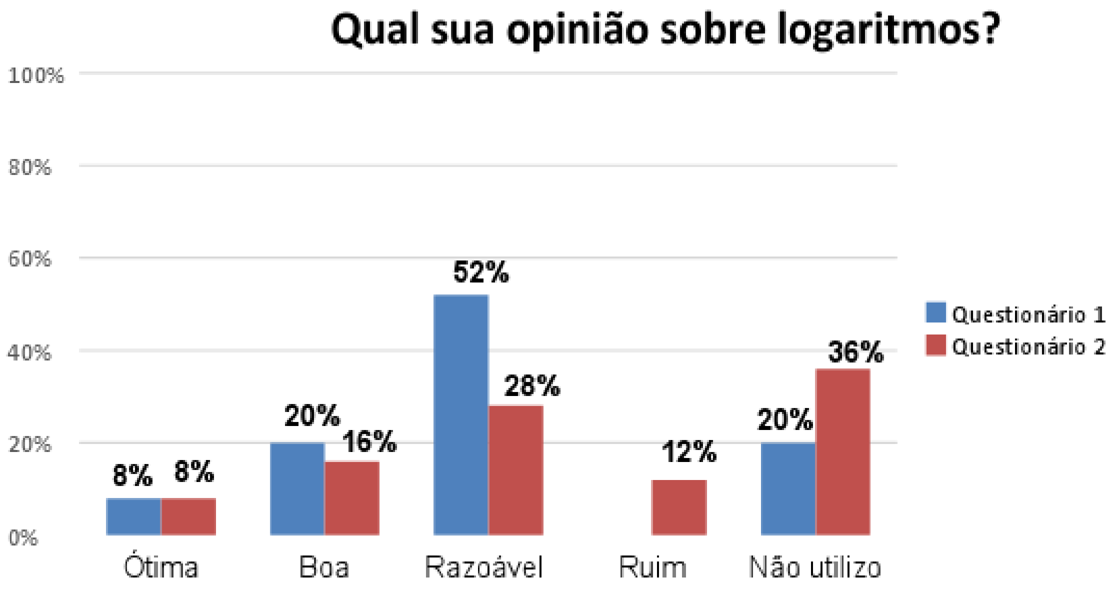
No primeiro momento os alunos gostaram da apresentação geral do conteúdo de logaritmo, pois o professor foi aos poucos explicando os conteúdos e complementando as informações por meio dos conhecimentos prévios apresentados. O resultado então demonstra que 60% dos alunos apontaram gostar do conteúdo de logaritmos, enquanto 40% deles registraram não gostar. Visualizamos assim, uma resposta positiva dos alunos ao primeiro questionário.

No segundo momento, as informações ficaram mais complexas e o conteúdo passou a ser apresentado de forma efetiva de acordo com suas especificidades e através de exercícios práticos. O grau de dificuldade sobre o tema foi aumentando, então os alunos apresentaram algumas dificuldades de assimilação, o que os levou, consequentemente, a responderem de forma negativa no segundo questionário. Desta vez, a mesma pergunta apontou como resultado uma quantidade de alunos equivalentes a 20% que afirmam gostar do conteúdo analisado e 80% demonstram não gostar deste conteúdo. A nossa análise apoiou-se nas reflexões de Bachelard (1990, p. 260) quando fala sobre o conhecimento comum e o conhecimento científico.

> A ruptura entre o conhecimento comum e o conhecimento científico parece-nos tão nítida que estes dois tipos de conhecimento não poderiam ter a mesma filosofia. O empirismo é a filosofia que convém ao conhecimento comum. O empirismo encontra aí as suas raízes, as suas provas, o seu desenvolvimento. Pelo contrário, o conhecimento científico é solidário do racionalismo e, quer se queira quer não, o racionalismo está ligado à ciência, o racionalismo conhece uma atividade dialética que impõe uma extensão constante dos métodos.

Para concluir as pesquisas do anexo C e D, perguntamos na última questão qual a opinião dos alunos quanto ao conteúdo de logaritmos.

Gráfico 5 – Qual sua opinião sobre logaritmos?



Fonte: Próprio autor

Ao analisar as respostas, podemos afirmar que a maioria, no termino da aplicação do conteúdo, não gosta, ou não utiliza, comprovando o pensamento de Bachelard quando fala sobre o obstáculo psicológico, referente a insegurança ao aplicar os conceitos ou no medo de errar.

De acordo com os resultados dos questionários, verificamos que os argumentos de Bachelard são categóricos e de grande valia para uma prática pedagógica diferenciada, crítica e desafiadora.

5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluo considerando que esta pesquisa possui informações importantes apontando caminhos para ensino de logaritmos no Ensino Médio de forma eficaz, ela serve também de ferramenta para compreender alguns dos obstáculos na matemática, principalmente, no estudo dos conteúdos de logaritmos, baseando-se nos pensamentos de Bachelard (2005).

Por meio do estudo comprovei que, em alguns momentos, temos uma visão distorcida da realidade quando pensamos que os nossos alunos não conseguirão corresponder às nossas expectativas quanto aos conteúdos estudados, no meu caso, os logaritmos, mas percebi que estava enganado ao me aprofundar nos estudos de Bachelard (2005). Para ele, o “erro” é positivo, o aprofundamento nesse “erro”, o retificar e a busca em reparar esse “erro” é o que leva o aluno ao aprendizado e ao conhecimento.

Dessa forma, entendo também que o conteúdo não pode ser trabalhado de forma desvinculada da problematização. Ao estudar os Obstáculos Epistemológicos apresentados por Bachelard (1996), constatei que a problematização é imprescindível na construção do conhecimento científico. O aluno constrói respostas para as suas perguntas à medida que é problematizado. Bachelard deixa claro em suas citações que para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma pergunta. Sendo assim, concordo com ele quando diz que se não há pergunta, não pode haver conhecimento científico. Nada é evidente. Nada é gratuito. Tudo é construído.

Portanto, posso afirmar, ainda, que o processo de aprendizagem do discente está sempre em construção desde que o docente ofereça estímulos, conflitos e problemas cognitivos que servirão de combustível para a construção do seu conhecimento e autonomia.

Concluo ressaltando que os pensamentos de Bachelard contribuíram para uma reflexão da nossa prática pedagógica. Ele postula que tenhamos uma prática diferente, mais reflexiva e crítica na busca da formação dos nossos alunos.

Bachelard (2006) deixa claro que não podemos nos apegar apenas à produção do conhecimento científico do discente, mas também levá-lo à autonomia na busca de corrigir os seus “erros”, para assim, identificarmos os momentos que surgirem os obstáculos epistemológicos, analisando-os como uma ponte entre esses obstáculos com aqueles didáticos que podem se manifestar no desenvolvimento da aprendizagem.

Concordo com os pensamentos de Bachelard e sugiro aos futuros pesquisadores as seguintes reflexões: Que dificuldades contribuíram para o surgimento desse entrave? Que estratégias podem ser empregadas para se superar esse obstáculo? Quais e como condições históricas, sociais e cognitivas impactam os estudantes a ponto de não conseguirem avançar no conteúdo em questão?

Não foi intenção desse trabalho, responder a todas essas questões. Entretanto, além de sugerir essa linha de pesquisa, pretendemos também avançar nossos estudos focados neste tema pensando em possíveis artigos, pois acreditamos que ainda há muito para se explorar nesta problemática.

Compreender as dificuldades enfrentadas pelos discentes no momento da aprendizagem é de suma importância para a apreensão real do conhecimento e esta compreensão direcionará o docente a montar estratégias didáticas que auxiliarão os alunos a vencer os obstáculos encontrados.

Que essa pesquisa sirva de conscientização para alertar os nossos docentes que por trás das muitas dificuldades de aprendizagem dos nossos alunos, existe um obstáculo a ser identificado. Que esse trabalho venha, de fato, contribuir para a construção de novas experiências levando os docentes a inovar no seu dia a dia, na prática pedagógica e tornando-se imbatíveis na formação dos nossos discentes.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, G. **A epistemologia**. Tradução de Fátima Lourenço Godinho e Mário Carmino Oliveira. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2006.

______________. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento (5ª ed.). Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

______________. **O materialismo racional**. Trad. João Gama. Lisboa: Edições 70, 1990.

______________. **O novo espírito científico**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2001.

______________. **A poética do devaneio**. Tradução de Antônio de Pádua Danesi. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

BLAYA, Carolina. Processo de Avaliação. Disponível em, <http://www.ufrgs.br/tramse/med/textos/2004_07_20_tex.htm> acesso em: 11 de junho de 2016.

BOYER, Carl B. **História da Matemática** / Carl B Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª Ed. – São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto.Secretaria de Educação Básica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais** (PCN+): Ciências da Natureza, Matemática e sua Tecnologias, Brasília, DF: MEC, SEB, 2002. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf, em 06/03/2016.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma, (Orgs.). Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2001.

D' AMBRÓSIO, U. **Educação matemática:** Da teoria à prática**.** Campinas, SP: Papirus. 1996 – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

______________. **Educação para uma sociedade em transição**. Campinas, SP: Papirus, 1999. – (Coleção Papirus Educação).

DANTE, L. R. **Matemática:** contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010.

EVES, H. **Introdução a história da matemática.** 3. ed. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004. 844 p.

______________. **Introdução à história da matemática**. São Paulo, Campinas: UNICAMP, 1995. 347 p.

LOPES, A. R. C. **Livros didáticos:** obstáculos ao aprendizado da ciência química.1990. Dissertação de Mestrado. IESAE, FGV: Rio de Janeiro, 1990

MOTTA, C.D.V.B. **História da Matemática na Educação Matemática:** espelho ou pintura? Santos, SP: Comunnicar, 2006.

PAIVA, M. **Matemática.** 2ª. Ed. – São Paulo: Moderna 2013.

PAIVA, M. **Matemática.** 3ª. Ed. – São Paulo: Moderna 2015.

PAIVA, B.; FERRITE, O. N. **Mega 1:** Material Integrante do Ético Sistema de Ensino. São Paulo: Saraiva, 1998

SOARES, E. C. **Uma investigação histórica sobre os logaritmos com sugestões didáticas para a sala de aula.** 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Natal, 2011.

ROSSI, P. O. da S. **Logaritmos no ensino médio:** Construindo uma aprendizagem significativa através de uma sequência didática. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, 2010.

SOUZA, J. R. de. **Novo olhar Matemática.** Vol.1, São Paulo: FDT, 2013

TAVARES, F. **Análise do processo de argumentação e prova em relação ao tópico "logaritmos", numa coleção de livros didáticos e numa sequência de ensino**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2007.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 2ª ed. São Paulo: Martins Editora, 2007.

ANEXO A – SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA AO CEA – CENTRO EDUCACIONAL DE ARACRUZ

SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretora,

Eu, Bruno Ferreira Costa, aluno do Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional, pela Faculdade Vale do Cricaré, solicito vossa autorização para realizar uma pesquisa com alunos do Ensino Médio nesta renomada escola, que será utilizada como fonte para elaboração da dissertação, cujo tema é: Obstáculos na Aprendizagem do Logaritmo. Todos os dados serão tratados com ética e compromisso, somente sendo utilizados para fins acadêmicos.

Atenciosamente,

____

Bruno Ferreira Costa

ANEXO B – AUTORIZAÇÃO PARA PESQUISA AO CEA – CENTRO EDUCACIONAL DE ARACRUZ”

AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Eu, Zilma Nascimento Loureiro, diretora do Centro Educacional de Aracruz - CEA, autorizo Bruno Ferreira Costa, aluno do Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional, pela Faculdade Vale do Cricaré, a fazer uma pesquisa com os alunos do Ensino Médio desta escola para elaboração da dissertação, cujo tema é: Obstáculos na Aprendizagem do Logaritmo.

Aracruz, 08 de maio de 2017.

Zilma Nascimento Loureiro

Direção

ANEXO C – PRIMEIRO QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS ENVOLVIDOS NA PESQUISA

PESQUISA COM OS ALUNOS DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO REGULAR

Prezado(a) aluno(a),

Bruno Ferreira costa, aluno do Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional, pela Faculdade Vale do Cricaré, vem pedir sua colaboração respondendo este questionário que será utilizado como fonte de pesquisa para elaboração da dissertação, cujo tema é: Obstáculos na aprendizagem do logaritmo. A sua participação é muito importante. Todos os dados serão tratados com ética e compromisso, somente sendo utilizados para fins acadêmicos.

Desde já, agradeço a sua colaboração!

Bruno Ferreira Costa

1- Qual a sua idade?		
2- O que você entende sobre o conceito dos logaritmos?		
3- Conhece alguma utilização dos logaritmos?		
4- Houve alguma dificuldade de aprendizagem de Logaritmos?	☐ Sim	☐ Não
5- Se houve alguma dificuldade/entrave, na aprendizagem do conceito inicial dos logaritmos, favor descrevê-la. .		
6- Ao conhecer os logaritmos vocês gostaram?	☐ Sim	☐ Não
7- Qual sua opinião sobre Logaritmos?	☐ Ótima ☐ Boa ☐ Razoável	☐ Ruim ☐ Não utilizo

ANEXO D - SEGUNDO QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS ENVOLVIDOS NA PESQUISA

PESQUISA COM OS ALUNOS DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO REGULAR

Prezado(a) aluno(a),

Bruno Ferreira costa, aluno do Mestrado Profissional em Gestão Social, Educação e Desenvolvimento Regional, pela Faculdade Vale do Cricaré, vem pedir sua colaboração respondendo este questionário que será utilizado como fonte de pesquisa para elaboração da dissertação, cujo tema é: Obstáculos na aprendizagem do logaritmo. A sua participação é muito importante. Todos os dados serão tratados com ética e compromisso, somente sendo utilizados para fins acadêmicos.

Desde já, agradeço a sua colaboração!

Bruno Ferreira Costa

1- Qual a sua idade?		
2- Você gosta de Matemática?	☐ Sim	☐ Não
3- Gostou do conteúdo de Logaritmos?	☐ Sim	☐ Não
4- Qual parte que não gostou?		
5- Conhece algum exemplo onde se usa Logaritmos? Qual?		
6- Houve alguma dificuldade de aprendizagem de Logaritmos?	☐ Sim	☐ Não
7- Se a resposta anterior foi SIM, cite pelo menos uma dificuldade ao aprender Logaritmos.		
8- Qual sua opinião sobre Logaritmos?	☐ Ótima ☐ Boa ☐ Razoável	☐ Ruim ☐ Não utilizo