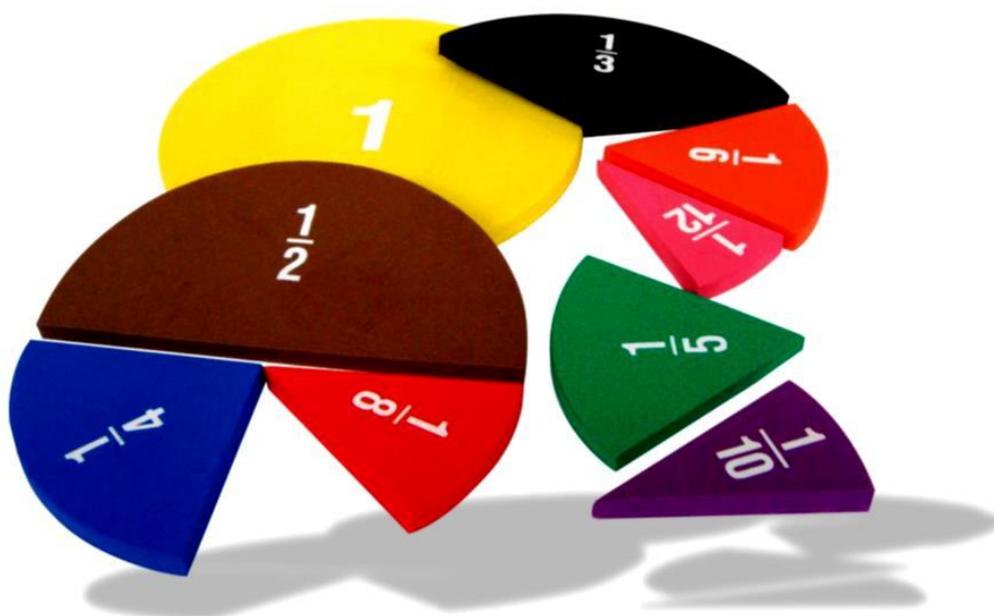


GUIA DIDÁTICO

ENSINO E APRENDIZAGEM NA PERSPECTIVA DA
ANÁLISE DE IMAGENS CONCEITUAIS SOBRE
FRAÇÕES EQUIVALENTES



ALEKSANDER DE SOUZA MINGUTA

SÃO MATEUS
2021

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	2
O QUE SÃO IMAGENS CONCEITUAIS?	3
IMAGENS CONCEITUAIS NA PRÁTICA	4
SUGESTÕES DE ATIVIDADES	6
REFERÊNCIAS	11

APRESENTAÇÃO

Este *Guia Didático* é fruto de uma pesquisa realizada no Programa de Mestrado Profissional em Ciência, Tecnologia e Educação da Faculdade Vale do Cricaré (FVC). Trata-se do produto final dessa pesquisa, um dos seus objetivos, e compõe a dissertação produzida como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciência, Tecnologia e Educação.

Ideias de pesquisadores como David Tall, Shlomo Vinner e Thiarla Zanon acerca de *imagens conceituais* nos impulsionaram a investigar imagens conceituais sobre *frações equivalentes*. Assim, empreendemos a pesquisa na qual analisamos imagens conceituais evocadas por estudantes do 7º ano do ensino fundamental ao resolverem *atividades* sobre esse tópico matemático.

Apesar de sua grande importância tanto no contexto matemático como no cotidiano, *frações* ainda é um dos assuntos onde os alunos mais enfrentam dificuldades no ensino fundamental, com o conceito de equivalência desempenhando papel central em relação aos números fracionários.

Conhecer as imagens conceituais dos nossos alunos torna-se uma importante ferramenta na prática docente, podendo promover importantes melhorias no ensino e na aprendizagem de frações, frações equivalentes e de qualquer outro tópico matemático.

Na pesquisa que desenvolvemos, as *atividades*, especificamente selecionadas com a finalidade de favorecer o desvelar e análise de imagens conceituais, se mostraram fundamentais para os resultados obtidos.

Dessa forma, apresentamos neste guia algumas sugestões e orientações a respeito de como o professor, em sua prática, pode selecionar e utilizar atividades matemáticas sobre frações equivalentes com o objetivo de analisar imagens conceituais de seus alunos sobre esse tema.

Professor, que este material seja útil em sua prática e que, a partir disso, a qualidade do ensino e aprendizagem sobre frações equivalentes seja cada vez melhor.

Boa leitura!

Aleksander de Souza Minguta

O QUE SÃO IMAGENS CONCEITUAIS?

Segundo Tall e Vinner (1981), *imagens conceituais* são estruturas cognitivas relacionadas a um conceito matemático, compostas de:

- (i) imagens mentais
- (ii) propriedades e
- (iii) processos.

Essa estrutura se constrói ao longo dos anos por meio de experiências variadas, podendo mudar por conta de novos estímulos que um indivíduo possa receber. As imagens conceituais são individuais e dependem da pessoa e do assunto tratado.

Vinner (1983) esclarece que *imagens mentais* estão relacionadas a representações visuais sobre determinado conceito, como gráficos, símbolos, diagramas, imagens ou outras representações.

Já sobre *propriedades*, Zanon (2019) explica que são “[...] todos os atributos que caracterizam determinado conceito, sejam conscientes, sejam inconscientes [...]” (ZANON, 2019, p. 91).

E, sobre *processos*, Zanon (2019, p. 91) designa como sendo

uma possível articulação entre imagens e propriedades que podem ser externalizadas mediante uma representação. Acredita-se que, ao indagar uma pessoa, dela é exigida uma resposta que geralmente é dada pela articulação simultânea de imagens e propriedades. Desse modo, evoca-se uma imagem que busca responder às coisas (questões, tarefas, entre outros).

Devido ao processo de seu desenvolvimento que leva em conta diversos estímulos, as imagens conceituais, em um determinado momento, podem ser coerentes ou incoerentes, entendendo-se por imagens conceituais coerentes “[...] aquelas que mais se aproximam do conhecimento matemático formal. Do contrário, referem-se a imagens conceituais incoerentes [...]” (ZANON, 2019, p. 93).

IMAGENS CONCEITUAIS NA PRÁTICA

Ter acesso e conhecer as imagens conceituais dos nossos alunos nos permite verificar como se desenvolvem os conceitos em cada um deles possibilitando-nos pensar em formas de ensino, aprendizagem e avaliação que se ajustem às necessidades observadas.

Por exemplo, uma imagem conceitual equivocada acerca de um determinado assunto pode nos ajudar a compreender os motivos que levaram nosso aluno a agir como agiu e, assim, pensar em estratégias para melhorias no ensino que possivelmente formou tal imagem.

Em relação às frações equivalentes, ao desvelar e analisar imagens conceituais dos alunos, podemos compreender melhor as estratégias utilizadas por eles para lidar com o assunto e, diante disso, refletir e propor alternativas ao processo de ensino e aprendizagem.

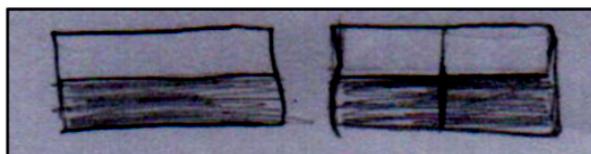
Para isso, a seleção de atividades deve levar em conta o seu potencial em desvelar imagens conceituais sobre equivalência de frações tendo em vista características associadas a esse assunto como sua definição e propriedades e procedimentos relacionados à obtenção e verificação de frações equivalentes, comparação, ordenação, adição e subtração de frações.

Quando se almeja acessar imagens conceituais dos estudantes, problemas e atividades específicas que solicitem uma explicação a respeito de como eles pensaram suas respostas, justificativas, como compreendem e conclusões a respeito do que foi feito, tendem a ser mais interessantes que atividades onde se requer apenas a aplicação de procedimentos de cálculo.

Dessa forma, ao resolverem atividades específicas para obtenção de imagens conceituais, as respostas registradas serão passíveis de análise buscando em expressões, esquemas, desenhos ou qualquer outra representação, elementos que apontem para imagens conceituais associadas ou não à equivalência de frações.

Por exemplo, vejamos as respostas apresentadas por um estudante quando questionado sobre o que são frações equivalentes para ele e o que se recorda sobre esse assunto. Em seguida, uma breve análise em relação as imagens conceituais evocadas nas respostas.

“frações que representam a mesma porção de espaço”



Fonte: Acervo do autor.

A resposta apresentada, especialmente devido ao trecho destacado, possui grande proximidade com a definição formal de frações equivalentes proposta por Giovanni Júnior e Castrucci (2018a, p. 142), “duas ou mais frações que representam a mesma porção da unidade são chamadas de frações equivalentes”, o que aponta para a existência de uma imagem conceitual sobre a definição de frações equivalentes.

Já os desenhos ilustram a noção que estudante possui sobre frações equivalentes e também apontam para uma possível imagem conceitual da definição do conceito de equivalência por estar diretamente relacionada a ela.

O estudante representou geometricamente duas frações que são equivalentes, tendo em vista que a porção pintada (a área) é igual em ambos os retângulos. Ou seja, de forma coerente, ele formulou uma definição muito próxima da formal e a exemplificou aplicando a figuras geométricas.

A explicação escrita e a opção por um esquema em forma de desenho conforme apresentado sugerem a influência do significado de fração como parte de um todo, apontando a existência de uma imagem conceitual relacionada e originada no processo de ensino e aprendizagem sobre frações, onde normalmente esse significado recebe maior ênfase em relação aos demais.

As respostas apresentadas foram obtidas por meio de um teste aplicado à estudantes do 7º ano antes das aulas sobre frações equivalentes, visando obter imagens conceituais iniciais baseadas em conhecimentos prévios obtidos em anos anteriores.

SUGESTÕES DE ATIVIDADES

Apresentamos a seguir algumas atividades sobre frações equivalentes que possuem características úteis para serem aplicadas com o intuito de desvelar imagens conceituais dos estudantes. Atividades como essas podem ser encontradas em livros didáticos, adaptadas ou mesmo elaboradas pelo próprio professor, de preferência sendo contextualizadas com temas cotidianos e relacionados à realidade do estudante.

Além de possibilitarem registros escritos contendo informações interessantes, essas atividades também podem produzir registros orais em aulas baseadas em discussões coletivas que ofereçam dados importantes para a investigação de imagens conceituais.

Em relação aos estudantes, as atividades sugeridas objetivam levá-los a:

- Compreender que duas ou mais frações são equivalentes quando representam a mesma porção da unidade; reconhecer frações equivalentes como formas distintas de representar uma mesma quantidade; identificar frações equivalentes; obter frações equivalentes a uma fração dada.
- Comparar e ordenar números racionais representados na forma fracionária em diferentes contextos.
- Resolver problemas que envolvam adição e/ou subtração de números racionais representados na forma fracionária.

1. Observe as barras a seguir.



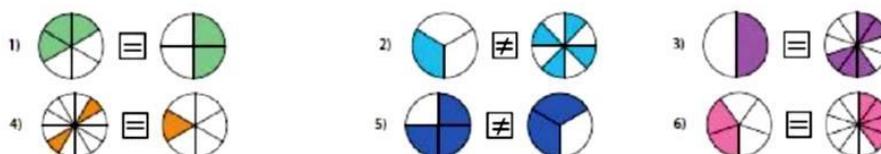
a) Escreva a fração que representa as partes coloridas de cada barra.

Resposta esperada: $2/3$, $4/6$, $8/12$.

b) Podemos afirmar que essas frações são equivalentes? Explique por quê.

Resposta esperada: Sim, pois indicam quantidades iguais de área pintada.

2. Escreva = entre os círculos abaixo quando as partes coloridas representarem frações equivalentes e \neq quando não forem equivalentes. Explique suas respostas.



Comentário: Nessa atividade diversas estratégias de resolução podem surgir. Dentre elas, a mais esperada é aquela em que os estudantes chegam a uma conclusão pela comparação das áreas pintadas em cada círculo e verificam se são iguais ou não. O professor deve deixar claro que os círculos são iguais e que importa a comparação a quantidade de área pintada em relação ao círculo todo e não a comparação da quantidade de pedaços. É importante aproveitar a discussão em torno das estratégias que surgirem para explorar o pensamento dos estudantes sobre o assunto e assim obter imagens conceituais de qualidade.

3. Para encontrar uma fração equivalente a outra, podemos multiplicar ou dividir o numerador e o denominador da fração por um mesmo número que seja diferente de zero.

Utilizando esse raciocínio, qual é a fração equivalente a:

- a) $\frac{3}{4}$ com denominador 28? **21/28** c) $\frac{3}{15}$ com numerador 1? **1/5**
 b) $\frac{6}{9}$ com denominador 3? **2/3** d) $\frac{4}{5}$ com numerador 12? **12/15**

Comentário: O professor pode aproveitar a abordagem dessa atividade e fazer uma ligação com a atividade anterior, conduzindo os estudantes a perceberem que essa propriedade pode ser aplicada na comparação das quantidades pintadas nas figuras, facilitando a tarefa e produzindo conclusões precisas.

4. Das frações abaixo, quais são equivalentes a fração representada pelas partes pintadas na figura?



- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{9}{12}$ d) $\frac{2}{8}$

Explique por que você escolheu essas frações.

Respostas esperadas: Espera-se que os estudantes observem que as partes pintadas no desenho podem ser representadas pela fração $\frac{6}{8}$. Dessa fração, os estudantes podem obter as frações $\frac{3}{4}$ e $\frac{9}{12}$ usando a propriedade: dividindo os termos de $\frac{6}{8}$ por 2 para obter $\frac{3}{4}$ e, em seguida, multiplicar os termos de $\frac{3}{4}$ por 3 para obter $\frac{9}{12}$.

Outra estratégia comum que pode surgir é apresentarem desenhos para cada fração presente nos itens e comparar com o desenho dado.

5. Verifique se os pares de frações abaixo são equivalentes ou não, considerando que representam partes de um mesmo inteiro. Mostre como chegou em suas respostas.

a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{6}{21}$ **Sim**

c) $\frac{3}{10}$ e $\frac{21}{70}$ **Sim**

e) $\frac{16}{10}$ e $\frac{8}{5}$ **Sim**

Resposta esperada: Em cada item, espera-se que os estudantes justifiquem suas respostas por meio da aplicação da propriedade usada para obtenção de frações equivalentes.

6. Utilizando frações equivalentes, reduza as frações a seguir ao mesmo denominador. Apresente os cálculos e procedimentos utilizados.

a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ **2/4 e 1/4**

b) $\frac{4}{6}$ e $\frac{3}{4}$ **8/12 e 9/12**

c) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{4}$ **4/12 e 6/12**

7. Em um treino de basquete, Marta, Jacqueline, Paula e Hortência jogaram a bola na cesta 12 vezes cada uma. Marta acertou 10 vezes; Jacqueline, 7 vezes; Paula, 8 vezes; e Hortência acertou todos os seus arremessos.

a) Quem acertou mais cestas? **Hortência**

b) Quem acertou menos cestas? **Jacqueline**

c) Escreva a fração que representa a quantidade de cestas certas, em relação aos 12 arremessos realizados por cada jogadora. **Marta: 10/12; Jacqueline: 7/12; Paula: 8/12; Hortência: 12/12.**

d) Utilizando os símbolos de igual a (=), maior que (>) ou menor (<), escreva essas frações em ordem decrescente. **12/12 > 10/12 > 8/12 > 7/12**

e) Observe as frações que você escreveu e responda: os denominadores são iguais ou diferentes? **Iguais**

f) A qual conclusão podemos chegar ao comparar frações com o mesmo denominador? **Resposta esperada: Quanto maior o numerador, maior será a fração.**

8. Manuela assou duas pizzas do mesmo tamanho para sua família, uma de calabresa e outra de muçarela. A pizza de calabresa foi dividida em 6 fatias iguais, e Manuela comeu duas fatias. A pizza de muçarela foi dividida em 4 partes iguais, e Manuela comeu uma delas. Com base nessas informações, responda às perguntas a seguir.

a) Que fração da pizza de calabresa Manuela comeu? **2/6**

b) Que fração da pizza de muçarela Manuela comeu? **1/4**

c) Qual das pizzas foi cortada em pedaços maiores? **A de muçarela**



d) Como podemos saber se Manuela comeu mais pizza de calabresa ou mais pizza de muçarela? **Resposta esperada: Comparando as frações que representam a quantidade comida de cada pizza.**

e) Se as pizzas tivessem sido divididas em 12 pedaços, qual seria a fração equivalente aos pedaços de pizza de calabresa que Manuela comeu? E a fração equivalente ao pedaço de pizza de muçarela que ela comeu? **4/12. 3/12**



f) Compare as frações que você escreveu no item anterior. Qual é maior? **4/12**

g) Agora, compare as frações que você escreveu nos itens a e b. Qual é a maior? **2/6**

9. Compare as frações abaixo, utilizando os símbolos de igual (=), maior que (>) ou menor que (<).

$$a) \frac{4}{7} e \frac{2}{7} >$$

$$b) \frac{3}{5} e \frac{1}{2} >$$

$$c) \frac{1}{3} e \frac{2}{6} =$$

Comentário: Espera-se que os estudantes percebam que, para se comparar frações com denominadores diferentes, é necessário primeiramente transformá-las em outras, equivalentes, que tenham denominadores iguais e, assim, realizar a comparação.

10. Compare as frações abaixo e escreva-as em ordem crescente.

$$\frac{3}{5} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{7}{10}$$

$$\frac{1}{10} < \frac{2}{10} < \frac{3}{10} < \frac{4}{10} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{7}{10} < \frac{4}{5} < \frac{9}{10} < \frac{10}{10}$$

11. Júlia fez um bolo de chocolate para suas filhas, Karina e Natália. Karina comeu $\frac{2}{5}$ do bolo. Já Natália, comeu $\frac{1}{5}$. Que fração representa a quantidade de bolo Karina e Natália comeram juntas? Que fração do bolo sobrou? **Comeram 3/5 do bolo. Sobrou 2/5 do bolo.**

Comentário: Nas atividades 11, 12, 13, 14 e 15 os estudantes devem ser estimulados a procurarem estratégias diferentes para resolver os problemas, que podem ser inicialmente baseadas em desenhos e esquemas para posteriormente ser formalizada a resolução por meio de adição e subtração de frações. É importante que o professor seja o responsável por guiar a discussão a partir das ideias que forem surgindo diante das dificuldades encontradas, especialmente nos itens que tratam de frações que possuem denominadores diferentes. Nesses casos, espera-se que os estudantes percebam que frações nessas condições representam partes de objetos tomadas em tamanhos diferentes, o que torna a adição ou subtração direta impraticável. Assim, espera-se que os estudantes percebam que será necessário substituir as frações dadas por outras equivalentes, com denominadores iguais, para se proceder a adição e/ou subtração.

12. No primeiro dia de trabalho, Kauan pintou $\frac{1}{8}$ de uma parede e, no segundo dia, pintou $\frac{3}{8}$ da mesma parede. Que fração da parede ele pintou nos dois dias? Que fração da parede ainda falta ser pintada? **Ele pintou $\frac{4}{8}$ da parede. Ainda falta ser pintado $\frac{4}{8}$ da parede.**

13. Para fazer um trabalho escolar, Gustavo usou $\frac{1}{2}$ de uma folha de cartolina, enquanto sua irmã usou $\frac{1}{4}$ da mesma folha para fazer o trabalho dela. Que fração dessa folha os dois usaram juntos? Que fração da folha restou? **Usaram $\frac{3}{4}$ da folha. Resta $\frac{1}{4}$ da folha.**

14. Guilherme gastou $\frac{2}{4}$ do dinheiro que sua mãe lhe deu para comprar um sanduíche e $\frac{1}{3}$ para comprar um sorvete. Em relação ao dinheiro que ganhou, que fração representa a quantidade que Guilherme gastou? Que fração da quantidade de dinheiro ainda sobrou para Guilherme? **Ele gastou $\frac{10}{12}$ da quantia de dinheiro que recebeu. Sobrou $\frac{2}{12}$.**

15. Uma pesquisa sobre jogos eletrônicos feita com alunos do 7º ano da escola de Jaqueira mostrou que:

- $\frac{1}{4}$ dos alunos preferem jogar *Garena Free Fire*.
- $\frac{2}{3}$ dos alunos preferem jogar *PUBG*.
- O restante dos alunos não gosta de jogos eletrônicos.

Que fração representa a quantidade alunos que gostam de jogos eletrônicos? E qual fração representa a quantidade de alunos que não gostam de jogos eletrônicos? **$\frac{11}{12}$ dos alunos gostam de jogos eletrônicos. $\frac{1}{12}$ dos alunos não gosta.**

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, T. R. de. **Sistema de Ensino Aprende Brasil: matemática: 7º ano**. Curitiba: Aprende Brasil, 2019.

BERTONI, N. E. **Educação e Linguagem Matemática IV: Frações e Números Fracionários**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: primeiro e segundo ciclos: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a Base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 19 dez. 2020.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**, 6. São Paulo: FTD, 2018a.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental**. 2005. 215 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MINGUTA, A; ZANON, T. X. D. **Ações do futuro professor na condução de discussões matemáticas sobre frações equivalentes**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim.

SANTOS-WAGNER, V. M. Resolução de problemas em matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 53, p. 43-74, 2008.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 12, p. 151-169, 1981.

VINNER, S. **Concept definition, concept image and the notion of function**. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, v. 14, n. 3, p. 293-305, 1983.

ZANON, T. X. D. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. 2019. 332 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação, Vitória, 2019.